목록

2022학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

인문계열 문제지

시 험 시 간	100분	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

1. 문제지는 표지를 제외하고 6쪽으로 구성되어 있음.
2. 답안지에 주어진 문항 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 괄호, 밑줄, 표 안의 칸 또는 원고지의 범위 안에 답안을 작성할 것 (범위를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
3. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
4. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
5. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 "0"점 처리함

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 언어의 일차적 기능이 의사소통에 있다고 할 때, 언어는 사회적 상호작용의 수단이 된다. 이러한 상호작용은 개인과 개인의 관계뿐만 아니라 개인과 집단, 집단과 집단 간에도 일어난다. 언어학자들은 언어를 정의할 때 '의사소통을 위한 기호의 체계'라는 표현을 즐겨 사용한다. 원활한 의사소통을 위해서는 기호의 체계를 안정적으로 유지하는 것이 가장 이상적이지만 언어는 생성, 변화, 소멸하는 속성을 지니고 있기 때문에 그것이 쉽지 않다. 언어는 오랜 세월이 흐르는 동안 언어 구조의 변화, 새로운 문물의 도입과 소멸, 사회적 금기 등의 다양한 원인에 의해 끊임없이 변화한다. 그런데 때로는 ㉠ 특정 목적을 위한 인위적인 개입에 의해 언어의 변화가 일어나기도 한다.

(나) 오늘날 인터넷은 다양한 언어의 힘들이 역동적으로 부딪히는 격전장이 되었다. 그 결과 인터넷에 존재하는 언어라도 현실의 권력관계에 영향을 미친다. 인터넷의 언어가 사회의 구조에 지대한 영향을 미치므로, 사회의 권력 주체들은 가능한 한 인터넷 언어를 자신의 손안에 확보하려 한다. 따라서 인터넷에서는 작게는 개인의 발화부터 크게는 사회정치적 집단의 담론에 이르기까지 다수의 이질적인 힘들이 투쟁한다. 인터넷에서 익명의 다수가 뿜어내는 공격성은 흔히 폭력적인 언어로 형상화된다. 이러한 현상은 인터넷 언어의 부정적 측면으로 알려져 있다. 사람들은 개인의 정체를 분별할 수 있는 요소인 신체와 이름으로부터 벗어난 인터넷과 같은 환경에서 ㉡ 사회적 규범으로부터 이탈하여 폭력적인 언어 행위를 쉽게 범하곤 한다.

오늘날 인터넷의 특정한 커뮤니티는 사회의 약자집단을 찍어 비방 대상으로 삼아 그들에게 모욕과 혐오의 발언을 일삼으며 극단적으로 편향된 정치적 입장과 사회적 견해를 전파한다. 특정 커뮤니티의 참여자들은 자신들의 현실인식과 사고방식을 타인에게 효과적으로 전달하기 위해 유희의 방식을 사용하기도 한다. 5·18 민주화운동 기념식이나 세월호 추모 현장에 참석하여 희생자들을 모욕하는 사진을 찍어 인터넷 사이트에 공유하는 행위를 하나의 놀이로 정당화하는 식이다. 이들이 모욕과 혐오를 생산하는 또 한 가지 방법은 언어의 전복이다. 예를 들어 "민주화"라는 어휘를 우리가 흔히 사용하는 의미와 정반대의 의미로 사용한다. 즉 국민의 기본적인 자유와 권리를 회복시켰던 민주화의 역사적 맥락을 의도적으로 뒤집어서 민주화란 개인의 자유와 권리를 억압하는 행위라고 재정의한다. 이들의 행위는 한국사회에서 민주화가 가지는 관념과 가치를 조롱하는 것이다. ㉢ 결국 이와 같은 방식의 언어 사용은 우리 사회에서 민주화가 갖는 의의를 무력화하는 효과를 나타낸다. 이러한 현상을 표현의 자유의 틀에서만 바라볼 수는 없다. 표현의 자유는 법적 권리의 문제이기도 하지만, 말의 실천에 관한 문화적이고 윤리적인 가치이기 때문이다.

(다) 홀로코스트(유태인 대학살)를 자행한 나치는 유태인 학살과 관련한 언어 규칙을 만들었다. 이 언어 규칙이란 "학살"이나 "유태인의 이송"과 같은 표현을 그대로 사용하지 않고 우회적 표현법을 만들어 대신 사용한 것을 말한다. 예컨대 학살은 "최종 해결책", "완전 소개", "특별 취급"으로, 유태인의 이송작업은 "재정착", "동부지역 노동" 등으로 불렀다. 말은 우리를 현실과 연결시켜준다. 나치가 언어 규칙을 만든 이유는 암호화된 언어를 사용함으로써 사람들의 현실에 대한 감각을 마비시키기 위한 것이었다. 즉 이러한 언어 규칙에 의해 생성된 언어 표현들은 부정적 현실을 은폐하고 위장하는 효과를 낳는다. 이러한 현상은 언어 규칙을 일상적으로 사용한 나치의 전범들로부터 확인 가능하다. 아돌프 아이히만은 유럽 각지의 유태인을 폴란드 수용소로 이송하는 업무를 담당하는 실무책임자였다. 그는 이스라엘의 법정에서 "난 단 한 명도 죽이지 않았고 월급을 받으면서도 지시를 따르지 않았다면 양심의 가책을 받았을 것"이라는 주장을 일관되게 내세워 전 세계를 충격에 빠뜨렸다. 재판 과정을 직접 관찰한 유태인 정치철학자 한나 아렌트는 타인의 입장에서 생각할 줄 모르는 생각의 무능이 말하기의 무능을 낳았고 말하기의 무능이 행동의 무능을 낳았다고 비판하였다. 인간은 언제나 언어를 매개로 세계를 인식하기 때문에 세계를 있는 그대로 경험할 수 없다. 언어는 현실의 거울이고 언어와 현실이 서로를 규정하기 때문이다. 언어가 더 이상 현실을 전달할 수 없을 때 개인은 현실의 힘을 느낄 수 없게 되며 언어에 내포된 사회적 의미가 상실됨으로써 타인의 입장에서 생각할 수 없게 된다.

1-1. ㉠이 (나)와 (다)에서 각각 어떤 방식으로 이루어지는지 서술하시오. (90자 이내) [30점]

1-2. ㉡과 ㉢ 같은 문제가 발생하는 것을 막기 위해서는 언어 사용과 관련하여 개인에게 어떤 태도가 요구되는지 (다)의 내용을 바탕으로 기술하시오. (50자 이내) [20점]

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

합리적 의사결정이란 동일한 비용으로 가장 많은 수익을 내거나 동일한 수익이 발생하는 경우 가장 적은 비용이 드는 대안을 선택하는 것을 말한다. 따라서 합리적 의사결정을 위해서는 자신에게 주어진 여러 선택지 중 어느 하나를 선택할 경우의 득과 실, 즉 수익과 비용을 계산해야 한다.

수익이란 어떤 선택을 하였을 때 이로부터 얻게 되는 만족이나 이득의 금전적 가치이다. 비용에는 두 가지가 있다. 먼저 명시적 비용이 있다. 이는 선택을 위해 실제로 금전으로 지출한 비용을 말한다. 또 다른 고려 비용은 암묵적 비용이다. 이는 어떠한 선택을 위해 포기한 여러 대안들의 가치 중 최댓값이다. 합리적 선택을 위해서는 명시적 비용뿐만 아니라 암묵적 비용도 고려해야 한다. 이 둘을 합한 것을 경제적 비용 혹은 ㉠ 기회비용이라고 부른다.

예를 들어보자. 고등학교 졸업을 앞둔 사람에게 대학 진학과 취업의 두 가지 길만이 존재한다고 하자. 이 경우 대학 진학의 비용은 정확히 얼마일까? 명시적 비용은 등록금이나 기숙사비처럼 대학에 다니는 동안 지출해야 하는 비용이다. 반면에 암묵적 비용은 진학을 위해 포기해야 했던 선택의 금전적 가치이다. 즉 대학생이 아니라 직장인이 되었다면 받았을 급여이다. 합리적 의사결정을 내릴 때 사람들이 범하는 오류 중 하나는 암묵적 비용을 고려하지 않고 명시적 비용에만 초점을 맞추어 결정하는 것이다. 비용을 계산할 때에는 명시적 비용뿐만 아니라 암묵적 비용까지 함께 생각해야 한다.

그런데 현실에서는 수익의 발생 자체가 불확실한 경우가 존재한다. 이 경우 합리적 의사결정을 내리기 위해 수익을 계산할 때에는 기댓값의 개념을 사용해야 한다. 기댓값은 발생 가능한 모든 경우의 결과값에 그것이 일어날 확률을 각각 곱한 후 이를 합한 수치이다. 예를 들어 1%의 확률로 100,000원을 받을 수 있고 나머지 99% 확률로 아무것도 받지 못하는 복권 A가 있다고 하자. 기댓값 개념을 이용하여 계산한 복권 A의 수익, 즉 기대수익은 100,000원×0.01+0원×0.99, 즉 1,000원이다. 반면에 5%의 확률로 100,000원을 받을 수 있고 나머지 95% 확률로 아무것도 받지 못하는 복권 B가 있다고 하자. 복권 B의 기대수익은 100,000원×0.05+0원×0.95, 즉 5,000원이다. 만약 복권 A와 B의 비용, 즉 판매가격이 동일한 경우 합리적 선택을 하는 사람들은 기대수익이 높은 복권 B를 선호할 것이다.

그런데 수익의 발생 자체가 불확실한 경우, 합리적 의사결정을 내리기 위해 고려해야할 또 다른 사항이 있다. 그것은 바로 개인들이 수익의 발생이 불확실한 상황에 직면하는 것을 싫어하고 회피하려 한다는 사실이다. 그 정도는 사람마다 다르다. 불확실한 상황에 맞닥뜨리는 것을 전혀 개의치 않거나 오히려 이를 반기는 사람도 있다. 하지만 대부분의 사람들은 불확실한 상황에 직면하는 것을 싫어한다. 예컨대 현금 1,000원과 복권 A 중 무엇을 갖겠느냐고 물어보면 대부분의 사람들은 현금 1,000원을 선택한다. 복권 A의 기대수익도 1,000원이지만 한 푼의 돈도 받지 못할 가능성이 있기 때문이다. 반면 현금 1,000원의 경우 어떠한 불확실성도 없이 1,000원의 수익이 보장된다.

사람들은 수익 발생의 불확실성 그 자체를 싫어하기 때문에 복권 A의 가치를 그 기대수익인 1,000원보다 낮게 평가한다. 복권 A의 가치를 1,000원보다 어느 정도 저평가하는가는 개인이 불확실한 상황에 놓이는 것을 어느 정도 싫어하는가에 의존한다. 불확실한 상황을 싫어하면 할수록 복권 A의 가치는 그 기댓값인 1,000원보다 더 낮게 평가될 것이다.

결론적으로 수익의 발생이 불확실한 경우 합리적 의사결정은 다음과 같은 방식으로 이루어질 것이다. 사람들은 비용이 동일하다면 기대수익이 높은 대안을 선호할 것이다. 그리고 사람들이 수익의 발생이 불확실한 것을 싫어하면 할수록 선택된 대안의 가치를 그 기대수익보다 더 낮게 평가할 것이다.

2-1. <보기>의 ⓐ와 같은 상황이 발생한 이유를 ㉠을 활용하여 설명하시오. (100자 이내) [30점]

<보기>

2009년 미국경제는 2008년 발생한 금융위기로 인해 극심한 불황을 겪었다. 특히 2009년에는 일자리 사정이 좋지 않았다. 많은 사람들이 해고되었고, 구할 수 있는 일자리의 대부분은 낮은 임금에 부가혜택이 거의 없는 일자리였다. 한편 ⓐ 2009년 미국의 대학교에는 지원자가 급증하였다.

2-2. 미국인들이 불확실한 것을 싫어한다고 가정했을 경우 <보기>와 같은 복권 구매 행동이 합리적 의사결정인지 판단하고 그 이유를 설명하시오. (150자 이내) [30점]

<보기>

미국에서는 파워볼이나 메가밀리언과 같은 복권의 인기가 매우 높다. 예를 들어 2020년 한 해 뉴욕주의 복권 판매량은 약 97억 달러였다. 복권은 당첨자에게 순위에 따라 최저 50달러에서 최고 2억 2,250만 달러까지 상금을 준다. 1등의 당첨확률은 0.00000034%인데 이는 매년 미국에서 개인이 번개에 맞아 사망할 확률보다도 낮다. 아래의 [표]는 4등까지 상금이 지급되는 파워볼의 각 순위별 상금과 당첨확률이다. 파워볼의 구매가격은 2달러이다.

[표] 복권의 당첨확률과 상금

등수	상금 (달러)	당첨확률 (%)	기대수익* (달러)
1등	222,500,000	0.00000034	0.76
2등	500,000	0.00000856	0.04
3등	25,000	0.00010951	0.03
4등	50	0.00273784	0.00

* 기대수익은 소수점 둘째 자리까지만 표기함.

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 예로부터 사람들은 자연환경이 척박한 곳에서 풍요로운 곳으로, 전쟁이나 재해가 있는 곳에서 그렇지 않은 곳으로, 소득이 낮은 곳에서 높은 곳으로 이동해왔다. 개인들은 자신의 효용을 극대화하는 방향으로 거주 국가를 탐색한다. 즉 개인들은 교육이나 직업훈련에 투자하듯이 이주에 투자하며, 이주로 인한 비용과 기대수익을 계산하여 순이익이 큰 쪽으로 합리적인 결정을 내린다. 이민 시장에서는 다양한 정보가 교환되고 다양한 선택지가 비교된다. 이러한 이민 시장에서 수집된 정보에 따라 개인들은 고향에 머무르는 것이 유익하다는 결론을 내리기도 하고, 반대로 다른 나라에서 더 잘 살 수 있을 것이라는 결론을 내리기도 한다.

다시 말해 세계의 여러 지역 간 존재하는 경제적 불균형이 자연스레 사람들의 이동을 불러온다. 이러한 관점에서 볼 때, 이주의 흐름은 장기적으로 저개발 지역과 개발 지역 간의 임금과 생활수준을 균등하게 하는 데 기여한다. 저개발 지역에서는 노동공급이 감소하여 임금이 상승하고, 개발 지역에서는 노동공급이 증가하면서 종국적으로 임금이 하락할 것이기 때문이다. 그 결과 지역 간 경제적 균형 상태에 도달하게 되면 인구이동 유인이 사라져 이주가 중단될 것이라고 예상해볼 수 있다.

(나) 국제이주는 현대 자본주의 경제의 구조적 요인으로 인해 발생한다. 부유한 나라들의 노동시장은 고임금, 고용안정, 양호한 근무환경으로 특징지어지는 1차 노동시장과 저임금, 고용불안, 나쁜 근무환경의 2차 노동시장으로 분화되어 있다. 대부분의 '글로벌 도시'에는 이러한 이중노동시장 구조로 인한 경제적 양극화가 나타난다. 금융, 경영, 연구 등의 부문에 종사하는 1차 노동시장의 고소득, 고숙련 노동자와 청소, 시설관리, 돌봄 등 서비스 부문이나 저숙련 생산 부문에 종사하는 2차 노동시장의 저임금 비정규직 노동자 사이의 격차가 점점 더 커지는 것이다. 이렇게 분절화된 노동시장 구조하에서는 경제가 발전할수록 자국 시민들을 2차 노동시장에 끌어들이기 어려워진다. 이에 고용주들은 싼값에 쓸 수 있고 통제와 착취가 용이한 저개발국의 이주자들에게 눈을 돌리게 된다.

또한 이중노동시장 구조에서는 노동자들이 2차 노동시장에서 1차 노동시장으로 이동하는 것이 매우 어려운데, 이러한 노동자 간 분할은 성별, 인종 등 역사적으로 굳어져온 여러 사회적 범주에 따른 억압과 차별과도 밀접하게 얽혀 있다. 사회적 소수자의 지위에 있는 노동자들은 1차 노동시장의 노동자와 동일한 정도의 인적자본을 보유하고 있다고 하더라도 2차 노동시장으로 진입하는 경우가 많다. 예를 들어 이주 수용국의 2차 노동시장에 진입하는 많은 이주자들은 자신의 숙련 정도에 맞지 않는 저숙련 노동에 종사하는 경우가 빈번한데, 이는 인종화된 노동시장 구조하에서 이주자들의 학위, 자격증, 나아가 말씨 등과 같은 문화자본이 저평가되기 때문이다.

(다) 개인이 이주를 감행하는 과정에는 다른 국가에 대한 지식과 정보 등이 필요하다. 그렇다면 이러한 지식과 정보는 보통 어떻게 얻을까? 왜 특정 국가의 사람들은 유사한 여러 선택지 중에서 유독 특정 국가로만 이주하고, 이주 후 수용국에서도 특정 지역에 집중적으로 거주할까? 이러한 질문에 답하기 위해서는 사회자본의 역할에 주목해야 한다. 개인이 특정 집단에 속하게 되거나 특정한 관계를 맺음으로써 얻게 되는 자원이 사회자본인데, 이주를 시도하고 새로운 사회에 정착하는 과정에서 송출국과 수용국을 연결하는 친족, 친구, 동향인, 나아가 이주알선업체나 이주자지원단체 등이 이와 같은 자원으로 기능한다. 이주 목적지를 선택하는 데에는 과거 식민지배 등의 역사적 과정이나 지리적 근접성 혹은 다양한 정치경제적 이유로 만들어진 인적, 제도적 연결과 언어적, 문화적 익숙함이 주요한 요인으로 작용한다. 그중에서 자신의 가족이나 가까운 누군가가 이미 이주해 있는 지역은 아주 매력적인 목적지가 된다. 머무를 곳, 일자리, 그 밖에 이주와 정착 과정에서의 어려움과 관련하여 물질적이고 정서적인 도움을 받을 수 있기 때문이다.

3-1. 이주로 인해 세계 각 지역 간 불평등이 감소할 것이라는 주장에 대한 (가)와 (나) 각각의 입장과 그 근거를 쓰시오. (220자 이내) [30점]

3-2. <보기>의 ⓐ와 ⓑ에 적절한 단어를 제시문에서 찾아 쓰시오. [10점]

<보기>

예멘 청년 A씨는 고향의 내전을 피해 2018년 비행기를 타고 제주로 입국했다. 말레이시아 쿠알라룸프르에 피신해 있던 중 시내 예멘 식당 주인으로부터 제주도는 사증(visa)이 없어도 입국이 가능하고 난민 신청을 할 수 있다고 들었기 때문이다. 이는 A씨의 이주 과정에서 (ⓐ)의 중요성을 보여준다. 제주에 도착한 A씨는 난민 심사가 진행되는 동안 먹고 살기 위해 일자리를 구해야 했다. 예멘에서는 대학을 졸업하고 중등 교사로 일했었지만 체류자격도 불안정하고, 한국말도 못하는 A씨의 그런 경력이나 능력은 소용없는 것이었다. 결국 A씨는 고기잡이배 일자리를 구했지만 한 번도 배를 타본 적 없던 그는 하루 만에 앓아누웠다. 이는 예멘에서 획득한 A씨의 (ⓑ)이/가 한국에서 인정되지 않는 상황을 보여준다.

3-3. <보기>의 ⓒ를 가장 잘 설명할 수 있는 제시문을 고르고, 그 이유를 제시문에 근거해서 쓰시오. (100자 이내) [20점]

<보기>

한국은 1970년대까지는 인력 송출국가였으나 1980년대 후반부터 영세 제조업 인력난이 가시화되면서 인력 수입국으로 전환되었다. 이에 1990년대 초부터 외국 인력의 근로자 지위를 인정하지 않은 채 "산업연수생"으로 부르며 저임금 노동력으로 활용해 왔으나 그 제도적 한계를 개선하기 위해 2004년부터 고용허가제를 병행 실시하게 되었다. 고용허가제는 한국 정부가 국내 인력난에 놓인 중소기업이 외국인 근로자를 합법적으로 고용할 수 있도록 기업에 고용허가서를 발급하여 이주노동자를 유치, 관리하는 제도이다. ⓒ 현재 재외동포를 제외한 장기 거주 외국인의 대다수는 고용허가제를 통해 유입된다. 이 제도하에서 이주노동자들은 노동자로 인정되긴 했으나 고용주의 동의 없이 이직, 휴직이 사실상 불가능한 구조라 임금 체불, 열악한 노동환경, 일상적 성폭력에도 저항하기 어렵다.

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 나의 행동이 선행 사건에 의해서 인과적으로 결정되어 있다고 해보자. 어떻게 그런 행동이 자유의지로부터 나온 행동일 수 있겠는가? 실제로 인간의 많은 행동은 예측 가능하며, 이로부터 인간 행동의 상당 부분이 인과적으로 결정되어 있다는 것을 알 수 있다. 물론 사람이 예측할 수 없는 방식으로 행동하는 경우도 있다. 하지만 이런 경우조차 어딘가에 나의 행동의 원인이 있기 마련이다. 가령 ㉠ 매일 성실하게 학교에 나오던 학생이 어느 날 집을 나선 후 자유를 찾으려는 충동에 홀연히 어디론가 떠났다면, 이는 그가 인과의 사슬로부터 자유로워졌음을 의미하는 것이 아니라 그가 일탈에의 충동이라는 또 다른 원인에 의해 떠밀려졌음을 의미할 뿐이다. 게다가 과학의 발전은 점차로 인간의 모든 행동의 원인이 두뇌에 있음을 밝히고 있다. 머지않은 미래에 과학은 우리의 행동의 원인을 낱낱이 드러낼 것이라고 기대할 수 있다. 우리의 행동이 외부적인 힘에 의해서 강제되었을 경우에 우리는 결코 이를 자유로운 행동이라고 부르지 않는다. 그 원인이 내 안에 있다고 해서 사정이 달라지는 것은 아니다. 이런 경우조차 나는 원인에 떠밀려 불가피하게 행동하게 되는 것뿐이며, 따라서 이러한 행동은 자유의지에서부터 나오는 것이라고 볼 수 없다.

그렇다면 왜 우리는 스스로 자유의지를 갖고 있다고 여기는 것일까? 이는 아직 우리가 복잡한 행동의 원인에 대해서 무지하기 때문에 갖게 되는 환상일 뿐이다. 마치 우리가 어떤 복잡한 자연 현상의 원인을 몰랐을 때 신의 의지에 호소해서 이를 설명하려 했던 것과 유사하다. 자유의지에 대한 우리의 믿음은 비과학적 사고의 산물이며 사라져야 할 신화와 같은 것이다.

(나) 나의 행동이 선행 사건에 의해서 결정되어 있지 않다고 해보자. 이는 그 행위가 무작위로 발생하는 것을 의미한다. 내 앞에 있는 돌멩이를 걷어차는 행동을 했는데 이것이 충분한 원인 없이 그저 무작위로 발생한 것에 불과하다면, 과연 이런 행동을 자유로운 행동이라고 할 수 있을까? 이런 식의 예측 불가능한 행동을 계속하는 사람은 자유로운 행위자가 아니라 미치광이일 뿐이다. 이로부터 알 수 있듯이 자유의지는 우리의 행동에 충분한 원인이 있다는 결정론과 반대되는 것이 아니라 오히려 결정론을 전제한다. 물론 어떤 원인을 가지고 발생한 행위라고 해서 그것이 무조건 자유로운 행동이 되는 것은 아니다. 누군가 나에게 최면을 걸어서, 또는 누군가가 나의 몸에 물리적 힘을 가해서 내가 어떤 행동을 하게 되었다면, 이는 자유의지에서 나온 행동이라고 할 수 없을 것이다. 그러나 행동의 직접적인 원인이 외부에 있는 것이 아니라 순전히 내 안에 있는 경우, 이는 자유의지로부터 나온 행동이다. ㉡ 콜라를 먹고 싶은 욕구 때문에 내가 콜라병을 입으로 가져간다면 그것이 자유로운 행동이 아니고 무엇이겠는가. 자유로운 행동이란 원인이 없는 행동이 아닌, 내적인 원인을 가진 행동일 뿐이다.

그렇다면 왜 사람들은 인과적 결정론이 자유의지의 존재를 위협한다고 생각했을까? 이는 인과에 대한 잘못된 이해 때문이다. 흔히 원인이 결과가 발생하도록 '강제'하고, 원인이 발생하면 결과는 그에 '떠밀려' 필연적으로 발생한다고 생각한다. 그러나 이런 신비로운 인과 관계는 현대 과학에서 필요하지도 용인되지도 않는다. 인과는 그저 사건들이 일정한 규칙성을 갖고 발생함을 의미할 뿐이다. 예를 들어 콜라를 마시고 싶은 나의 욕구가 어떤 행동을 야기했다고 말하는 것은, 유사한 조건에서 같은 욕구를 가진 사람이라면 그와 같은 행동을 할 것이라고 말하는 것에 지나지 않는다. ㉢ 현대 과학이 용인하는 인과적 결정론은 자유의지와 양립 가능하다. 반대로 생각하는 것이야말로 비과학적 사고의 산물일 뿐이다.

4-1. (가)의 입장에서 <보기>의 핵심 논지를 비판하시오. (100자 이내) [20점]

<보기>

내가 자유의지를 가지고 있다는 것을 쉽게 증명할 수 있습니다. 내가 다음 순간에 어떤 행동을 할지 결정되어 있다면 그게 무엇인지 한번 말해 보십시오. 내가 곧 문밖으로 나가기로 결정되어 있다고 보십니까? 그렇다면 나는 문밖으로 나가지 않기로 함으로써 내가 자유의지를 갖고 있음을 증명할 수 있습니다. 내가 문밖으로 나가지 않기로 결정되어 있다고 보시나요? 그렇다면 나는 문밖으로 나가기로 함으로써 내가 자유의지를 갖고 있음을 증명할 수 있습니다.

4-2. (가)의 입장에서 ㉡이 자유로운 행동인지 여부를, 또 (나)의 입장에서 ㉠이 자유로운 행동인지 여부를 판단하고, 각 판단의 근거를 서술하시오. (100자 이내) [20점]

4-3. <보기>의 주장이 ㉢에 대한 비판이 될 수 있는 이유를 서술하시오. (100자 이내) [20점]

<보기>

우리는 매 순간 선택에 직면한다. 버스를 탈지 지하철을 탈지, 계단을 오를지 엘리베이터를 탈지 등등. 이런 선택에 직면해서 나는 선택이 온전히 나 자신에게 달려 있다고 느낀다. 그런데 누군가가 내가 어떤 선택을 할지 사전에 모두 알고 있었다고 하자. 그렇다면 내가 자유롭게 선택을 할 수 있다는 것은 환상에 불과하다. 문제는 예측이다. 내가 처한 환경이나 내가 갖고 있는 욕구로부터 나의 행동을 사전에 예측할 수 있다면 그것으로 그 행동이 자유로운 행동이 아니라고 하기에 충분하다.

[5] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)
삶은 하나의 축제라는 말을
몇 번이고 되풀이하며
잔치국수를 먹다 보면
외로운 이웃을 불러 모아
큰 잔치를 하고 싶네
우정의 길이를 더 길게 늘려서
넉넉한 미소로 국수를 삶아
대접하고 싶네

쫄깃쫄깃 탄력 있는
기쁨과 희망으로
이웃을 반기며
국수의 순결한 길이만큼
오래오래 복을 빌어주고 싶네

- 이해인, <잔치국수>

(나)
불같이 화가 나서
부글부글 끓어오르는 속을 달래는데
칼국수만한 게 어디 있을까
밀가루를 얇게 반죽을 해서
칼로 죽죽 찢어 한 냄비 끓이면서
굵은 바지락 몇 개 집어넣고
파 숭숭 잘라넣고
잘게 썰은 매운 고추에
붉은 고춧가루를
한 숟가락 풍덩 빠뜨린 다음에
흐물흐물해진 칼을 후후 불면서
방금 버무린 김치와 엮어
입안으로 넘기면
속이 다 시원해지는 것인데
굳었던 혀가 얼얼해지고
뻣뻣한 뒷목이 허물어지면서
얼굴에 땀방울이 돋아나기 시작하는데
그릇을 통째 들고
뜨겁게 달아오른 저 붉고 푸른 국물을
목구멍으로 한 모금 넘기면
눈앞이 환해지면서
온몸에 칭칭 감긴 쇠사슬이 풀어지는데
뼈가 나긋나긋해지고
눈물이 절로 나는 것인데
칼국수 다 비우고
뜨거워진 마음을
빈 그릇에 떡 하니 올려놓는 것이다

- 김종제, <칼국수>

(다)
사는 일은
밥처럼 물리지 않는 것이라지만
때로는 허름한 식당에서
어머니 같은 여자가 끓여주는
국수가 먹고 싶다

삶의 모서리에서 마음을 다치고
길거리에 나서면
고향 장거리 길로
소 팔고 돌아오듯
뒷모습이 허전한 사람들과
국수가 먹고 싶다

세상은 큰 잔칫집 같아도
어느 곳에선가
늘 울고 싶은 사람들이 있어

마음의 문들은 닫히고
어둠이 허기 같은 저녁
눈물자국 때문에
속이 훤히 들여다보이는 사람들과
따뜻한 국수가 먹고 싶다

- 이상국, <국수가 먹고 싶다>

5-1. (가)에서 화자가 이웃을 대하는 태도를 비유적으로 드러내는 국수의 특성 두 가지를 찾아 쓰시오. [10점]

5-2. <보기>를 참고하여 (가), (나), (다) 화자들이 국수를 대하는 가장 두드러진 태도는 각각 무엇인지 제시하고 그 이유를 서술하시오. (120자 이내) [30점]

<보기>

음식에 대한 우리의 태도는 어떤 방식으로든 쾌락주의, 영양주의, 영성주의 중 어느 하나로부터 영향을 받는다고 말할 수 있다. 쾌락주의에서는 음식 그 자체를 통해 얻는 감각적 쾌락을 가장 중요한 가치로 보는 반면, 영양주의에서는 음식의 가치를 판단할 때 인체에 공급되는 영양을 중시한다. 이와 달리 영성주의는 음식에 담긴 도덕이나 공감의 마음 등 형이상학적 가치를 지향한다.

5-3. (가)와 (다)의 화자가 사람들을 대하는 방식이 어떻게 다른지 서술하시오. (80자 이내) [20점]

[6] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 정의로운 전쟁이 되기 위해서는 전쟁의 목적, 전쟁의 수단, 전후 처리 등이 정당성을 지녀야 한다. 전쟁에 대한 전통적 견해는 국가의 자율성과 정치적 주권을 바탕으로 침략 전쟁을 비판하고 내정 불간섭을 주장한다. 개별 국가는 정치적 주권을 갖고 있으므로 외부의 간섭이나 침략에 대항하여 방어 전쟁을 하는 것은 정당하다는 것이다. 이러한 전통적 견해는 전쟁을 도덕적 관점에서 이해하는 기본틀이 되고 있지만 다음과 같은 문제점이 있다. 전통적 견해는 개인들 간에 적용되는 국내법의 특성으로부터 국가들 간에 적용되는 국제법의 특성을 유추하고 있다. 개인의 권리가 인정되듯이 국가의 권리도 인정되며, 개인에 대한 간섭이 부당하듯이 다른 국가에 대한 간섭도 부당하다는 것이다. 그렇지만 개인과 국가는 서로 다른 특성을 갖고 있다. 개인은 본래부터 그 자체로서 권리의 주체이다. 반면에 국가는 그 자체로서 권리의 주체는 아니다. 개인들로 구성된 국가의 권리는 개인들이 자신의 권리를 위임해 준 것이다. 따라서 (㉠)

국가의 주요 목적은 정치 공동체를 유지하고 존속시키는 것이다. 그런데 국가는 정치 공동체와 일치할 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다. 한 국가 안에 단일한 정치 공동체만 존재한다면 국가와 정치 공동체는 일치하지만 복수의 정치 공동체가 존재한다면 양자는 일치하지 않는다. 언어와 역사, 문화를 공유하는 정치 공동체는 삶의 기반이자 정체성의 원천으로 국가보다 더 중요하다. 국가가 개인의 삶과 더불어 그러한 공동의 삶을 보호해 주지 않는다면 국가는 존재의 이유가 없다. 어떤 국가가 자신의 존재 이유에 어긋나는 부당한 행위를 한다면 국제사회는 이를 저지하기 위해 개입할 수 있다. 정치 공동체의 주권과 자율성을 보장함으로써 정치 공동체의 존속에 기여할 수 있다면 국제적 개입은 정당화된다.

이러한 내용을 반영하여 국제법에 대한 전통적 견해는 다음과 같이 수정되어야 한다. 첫째, 방어 전쟁 개념을 더 넓게 해석하여 임박한 공격뿐만 아니라 충분한 수준의 위협이 있을 경우에도 정치 공동체로서 국가는 방어를 위한 전쟁을 할 수 있으며 이에 대한 국제적 지원이나 개입도 정당하다. 둘째, 한 국가에 존재하는 복수의 정치 공동체들 중에서 어느 하나가 분리, 독립을 위해 군사적 투쟁을 전개하고 있는 경우에 이를 지원하기 위해 국제적 개입을 할 수 있다. 이에 해당하는 대표적인 경우가 민족 해방 투쟁이다. 단, 분리 독립 투쟁을 벌이는 세력이 정치 공동체로서 자결권을 인정받으려면 그 구성원들이 독립을 염원하며 스스로 공동체를 유지할 수 있는 능력을 갖추어야 하며 정치적, 군사적 투쟁을 지속적으로 수행하고 있어야 한다. 셋째, 한 국가 내부에서 노예 상태, 대량 학살 등 심각한 인권 침해가 있는 경우에 이를 막기 위해 국제적 개입을 할 수 있다. 국가가 구성원들의 인권을 심각하게 침해하는 것은 정치 공동체의 존재 이유에 반하는 것이므로 그러한 국가의 자결권은 인정되지 않는다.

(나) 만민법은 질서정연한 국가들로 구성된 정의로운 국제사회를 추구하며 이를 위해서는 정의로운 전쟁에 대한 국제적 개입이 정당하다고 본다. 국가는 자신의 문제를 외세의 간섭 없이 스스로 결정할 권리, 즉 자결권을 가진다. 국가는 침략에 대한 방어 권리를 가지며 거기에는 동맹을 결성할 권리도 포함된다. 따라서 방어 전쟁의 경우에는 국제적 개입도 정당하다. 하지만 모든 국가가 방어 전쟁의 권리를 갖고 있는 것은 아니다. 방어 전쟁의 권리는 자국 시민들의 인권과 자국의 입헌민주정치 제도를 수호하고 보존하기 위한 것이다. 따라서 무법 국가, 즉 시민들의 기본적 자유를 탄압하고 인권을 침해하는 국가는 정당한 자기방어의 권리를 갖지 못한다. 반면에 질서정연한 사회, 즉 자유주의적 사회나 이에 가까운 적정 수준의 사회는 자기방어의 권리를 지닌다. 적정 수준의 사회는 민주적 의사결정 체계를 지닌 자유주의적 사회에는 못 미치지만 그래도 적당한 협의 체계를 갖고 있고 인권을 존중한다.

국가의 자율성과 방어 전쟁을 옹호하는 주요 근거인 인권 개념은 때로는 국가의 자율성을 제한하고 국제적 간섭을 정당화하는 근거가 되기도 한다. 만민은 인권을 존중해야 한다. 인권 존중은 단지 자국의 시민뿐만 아니라 타국의 시민들에게도 보편적으로 적용되어야 할 원칙이다. 만민들이 합의를 통해 이끌어 낸 국제법의 원칙에는 인권 존중이 포함되며 이것은 내정 불간섭보다 우선한다. 따라서 인권 침해가 발생할 경우에는 이를 막기 위해 국가의 경계를 넘어 국제적 간섭을 할 수 있다. 내정 불간섭의 원칙은 무법 국가처럼 심대한 인권 위반이 있는 경우에는 제한된다. 자결권이나 분리 독립권은 인권 존중이라는 조건을 충족하지 않으면 인정되지 않는다.

그렇다고 모든 인권 침해 행위가 군사적인 국제적 개입의 대상이 되는 것은 아니다. 보편적인 인권에는 생명권, 자유권, 재산권, 양심과 사상의 자유, 이민의 권리 등이 있다. 그런데 그중에서도 특별한 종류의 긴급한 권리가 있는데 거기에는 노예와 농노 신분으로부터의 자유, 양심의 자유, 집단 학살과 인종 청소로부터 인종 집단의 보호 등이 포함된다. 그러한 긴급한 권리를 침해하는 것은 중대한 인권 침해가 되기 때문에 국제적인 비난을 넘어서 군사적인 간섭의 대상이 된다.

6-1. (가)와 (나)는 공통적으로 어떤 경우에 국제적 개입이 정당하다고 주장하는지 2가지를 지적하고, 두 제시문이 그러한 개입을 정당화하는 주요 근거에서는 어떤 차이점이 있는지 서술하시오. (150자 이내) [20점]

6-2. ㉠에 들어갈 적절한 내용을 서술하시오. (80자 이내) [20점]

6-3. (가)와 (나) 입장에서 <보기>의 국제적 개입이 정당한지에 대해 서술하시오. (120자 이내) [20점]

<보기>

A 국가의 어떤 소수 민족은 독립적인 공동체를 형성하기 위한 정치조직이나 능력, 의지는 미비하다. 그런데 지배적인 다수 민족은 소수 민족의 분리 독립 운동이 확산될 것을 우려하여 소수 민족을 탄압하고 대량 학살을 자행하였다. 이를 막기 위해 이웃 국가들은 군사적 연합을 결성하여 국경을 넘어 군대를 파견하는 등 국제적 개입을 시도하였으며 이에 대해 A 국가는 주권을 침해하는 내정간섭이라고 비난하면서 반발하였다.

2022학년도 논술(AAT) 모의고사(인문계열) 채점 기준 및 예시 답안

인문계열 1번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1-1	• ‘(나)에서는 흔히 사용하는 의미와 정반대의 의미로 사용하는 언어의 전복을 사용하였다’, ‘(다)에서는 암호화된 언어(우회적 표현법)를 사용하는 언어 규칙을 사용하였다’, (각 15점) -일부 내용만 기술할 경우에 5점씩 감점. • ‘언어의 전복’, ‘암호화된 언어’, ‘우회적 표현법’, ‘언어 규칙’ 등 용어의 개념을 풀어서 정확히 제시할 경우에 정답 인정. • ‘유희의 방식을 사용한다’ 등 정답에 해당하지 않는 내용을 추가로 적으면 10점씩 감점.	30점
1-2	• ‘언어의 사회적 의미 회복’만 들어가면 10점. ‘타인의 입장 고려’만 들어가면 10점 인정. -일부 내용만 기술할 경우에 누락된 항목 당 5점씩 감점.	20점

2. 예시 답안

1-1. (나)에서는 흔히 사용하는 의미와 정반대의 의미로 사용하는 언어의 전복을, (다)에서는 암호화된 언어(우회적 표현법)를 사용하는 언어 규칙을 사용하였다.

1-2. 언어에 담긴 사회적 의미를 회복하여 타인의 입장을 고려한다.
(혹은) 언어에 내포된 사회적 의미를 회복하면 타인의 입장에서 생각할 수 있게 된다.

인문계열 2번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
2-1	▶ 2009년의 미국 노동시장에서 나타난 근로자들의 보수의 하락은 비용-수익 분석의 틀에서 보면 대학진학의 기회비용의 하락이라는 관점에서 이해될 수 있음을 적시하고 이로 인해 대학진학률이 상승하는 현상이 발생할 수 있음을 서술하면 24점 ▷ 주어진 사례에 대한 설명없이 단순하게 제시문의 문구만을 반복하여 서술하면 감점 (-3점) ▷ 문장의 완성도와 맞춤법에 따라 감점 (-5점 이내) ▷ 기회비용의 개념외에 취업 자체가 불확실한 경우 취업 시 받는 보수를 실제 보수보다 낮게 평가한다는 점을 명시하면 가점 (+3점)	30점
2-2	▶ 복권 구매의 수익을 기댓값의 개념을 이용하여 기대수익으로 정확히 계산하였는지, 그리고 불확실한 것을 싫어할수록 선택된 대안의 가치를 그 기대수익보다 낮게 평가한다는 점을 명시하였는지를 고려. 이 둘을 다 적으면 24점 ▷ 문제에 주어진 파워볼의 각 순위별 당첨금액과 확률을 이용하여 파워볼의 기대수익을 계산하여 이것이 파워볼의 비용인 2달러보다 적다는 점을 구체적으로 서술하면 가점 (+3) ▷ 반대로 파워볼 기대수익을 계산할 때 1등의 상금과 파워볼의 비용만을 비교하는 것은 감점 (-2) ▷ 주어진 사례에 대한 설명없이 단순하게 제시문의 문구만을 반복하여 서술하면 감점 (-3점) ▷ 기대수익과 불확실성에 대한 회피 중 하나만 적으면 감점 (각 -3점) ▷ 문장의 완성도와 맞춤법에 따라 감점 (-5점 이내)	30점

2. 예시 답안

2-1. 지원자가 급증한 것은 경기불황으로 인해 대학 진학의 암묵적 비용인 직장인 급여가 낮아졌기 때문이다. 이것이 대학 진학에 따른 기회비용을 떨어뜨렸다.

2-2. 파워볼의 기대수익은 0.83달러이다. 그런데 복권의 가격은 2달러로 이는 기대수익을 넘어선다. 또한 미국인은 불확실한 것을 싫어하기 때문에 복권의 가치는 이보다 더 낮게 평가된다. 따라서 미국인들이 합리적으로 의사결정을 한다면 복권을 구매하지 않을 것이다.

인문계열 3번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
3-1	이주가 지역 간 불평등을 감소시킨다는 주장과 관련해 (가)와 (나) 각각의 입장을 명확하게 서술하고 이를 적절한 근거를 바탕으로 뒷받침하였는지 평가함. ▶ (가), (나) 두 부분으로 나눠서 채점 (각각 15점씩) - 채점 기준을 바탕으로 하되 의미의 완전성, 표현의 적절성 등을 감안하여 적절히 감점함.	30점
3-2	제시문 (나)와 (다)를 종합적, 포괄적으로 이해하고 <보기>에 적절한 단어를 넣었는지 평가함. ▶ ⓐ, ⓑ 각각 5점씩	10점
3-3	이주를 발생시키는 가장 주요한 요인이 무엇인지와 관련하여 제시문들의 서로 다른 시각을 이해하고, 이를 <보기>의 밑줄 친 현상에 적용하여 해석할 수 있는지를 평가함. (나) 제시문을 정답으로 선택했더라도, 그 이유를 이주 발생 요인의 측면에서 적절히 설명하지 못하고 제시문의 특정 부분을 군데군데 찾아 쓴 경우는 대폭 감점함. - 채점 기준을 바탕으로 하되 의미의 완전성, 표현의 적절성 등을 감안하여 적절히 감점함.	20점

2. 예시 답안

3-1. (가)는 소득 수준이 낮은 곳에서 높은 곳으로 이주가 일어나면 노동력의 수요, 공급 변화에 따라 지역 간 임금 수준이 같아질 것이고 결국 경제적 불평등이 사라질 것이라고 본다. (나)는 부국 자본의 필요에 의해 이주노동력 수요가 발생하고 이를 착취함으로써 부유한 나라 기업의 이윤이 확보되기 때문에 지역 간 경제적 불평등이 해소되지 않을 것이라고 본다.

3-2. ⓐ 사회자본 ⓑ 문화자본

3-3. (나), (나)는 이주노동자들의 유입이 부유한 나라들의 이중노동시장 구조에 따른 저임금 노동력에 대한 수요로 인해 촉발되는 것임을 보여주기 때문이다.

인문계열 4번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
4-1	▶ (가)의 요지를 정확히 파악했는지, 그리고 이를 바탕으로 <보기>에서 제시된 반론에 대해서 적절한 비판을 제시했는지에 따라 채점. - <보기>에서 화자가 예측과 반대되는 행동을 하고 있는 원인(가령, 자신이 자유의지를 갖고 있음을 보이려는 욕구)을 정확히 지목하여 <보기>의 견해에 대한 비판을 구성한 경우. (20점) - <보기>에서 화자의 행동에 대한 원인을 정확하게 지목하지 않고 모종의 원인(가령, 일탈에의 충동, 두뇌에서의 원인)이 있음을 가정해서 <보기>의 견해에 대한 비판을 구성한 경우. (15점) - <보기>의 사례를 직접 언급하지 않고 (가)의 요지를 반복해서 자유로운 행동이 없음만을 진술한 경우. (10점) - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	20점
4-2	▶ (가), (나)에서 제시된 견해를 주어진 사례에 적절히 적용했는지에 따라 채점. - (가)에 따르면 ㉡의 행동이 원인에 의해 이끌린 행동이기 때문에 자유의지에 의한 행동이 아님을, (나)에 따르면 ㉠의 행동이 내적 원인을 갖기 때문에 자유의지에 의한 행동임을 둘 다 적절히 적은 경우. (20점) - 둘 중에 하나를 잘못 파악한 경우. (10점) - “(가)에 따르면”, “(나)에 따르면”을 명시하지 않은 경우, 정답 처리. - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	20점
4-3	▶ ㉢의 내용과 <보기>의 주장을 적절히 연결시켜 답안을 구성했는지에 따라 채점. - 현대 과학이 허용하는 인과적 결정론에 따르면 행동이 규칙성에 의해 예측 가능하다는 것과, <보기>는 행동의 예측 가능성과 자유의지 사이의 양립 불가능성을 주장한다는 점 두 가지를 모두 명시하여 둘을 논리적으로 연결시켜 반론을 구성한 경우. (20점) - 현대 과학이 허용하는 인과적 결정론의 핵심 내용을 적절히 포착하지 못한 채, 행동의 예측 가능성과 자유의지 사이의 양립 불가능성만을 지적해서 답안을 구성한 경우. (10점) - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	10점

2. 예시 답안

4-1. <보기>의 나의 행동은 상대방의 말과는 다르게 행동하려는 욕구에서 나온 행동이다. (가)에 의하면 이런 행동은 원인에 떠밀려 행동한 것이므로 자유의지를 증명하지 못한다.

4-2. ㉡은 욕구에 의해 야기되었으므로 (가)에 따르면 자유로운 행동이 아니다. ㉠은 내적인 충동에서 야기되었으므로 (나)에 따르면 자유로운 행동이다.

4-3. 현대 과학이 용인하는 인과적 결정론은 행위가 규칙성에 의해 예측 가능한 것으로 볼 것이기 때문이다. <보기>에 따르면 예측 가능한 행위는 자유의지에서 나온 행동이 아니다.

인문계열 5번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
5-1	▶ 길이와 탄력을 정확히 적시하면 10점 (각 5점) - 길이의 경우에 “길다”, “길게” 등, 탄력의 경우에는 “쫄깃쫄깃”도 정답으로 인정 ▷ 국수의 특성을 찾아쓰라 했으므로 길이와 탄력이 상징하는 순결, 희망, 기쁨 등을 제시한 답안은 0점 ▷ 두 가지 이상을 제시하면 감점(-3점) ▷ 문장의 완성도와 맞춤법에 따라 감점 (-3점 이내)	10점
5-2	▶ (가)와 (다)는 영성주의, (나)는 쾌락주의임을 정확히 제시하고 각각 그 이유를 밝히면 30점 ▷ 각각의 태도(“-주의”)를 제시하면 (가), (나), (다) 각 5점 ▷ 태도에 알맞은 적절한 이유를 제시하면 (가), (나), (다) 각 5점 ▷ 그 이유가 부정확하면 감점(각 이유당 -5점 이내) ▷ 문장의 완성도와 맞춤법에 따라 감점 (-7점 이내)	30점
5-3	▶ (가)의 화자가 사람들을 대하는 방식이 있으면 10점 - 베풀다, 음식 대접, 즐거운 마음, 기쁨 등의 표현 ▶ (다)의 화자가 사람들을 대하는 방식이 있으면 10점 - 음식을 함께 먹는다, 외로움을 나눈다, 있는 그대로 대한다, 화자와 동등하다 등의 표현 ▷ 문장의 완성도와 맞춤법에 따라 감점 (-7점 이내)	20점

2. 예시 답안

5-1. 길이, 탄력(혹은 쫄깃쫄깃)

5-2. (나)에서는 국수로부터 얻어지는 감각을 중시하여 쾌락주의의 태도를 취하고 있다. 반면 (가)와 (다)의 화자는 국수를 통해 타자들과 교감을 나누고 싶어하는 영성주의의 관점이 지배적이다.

5-3. (가)의 화자는 음식을 대접함으로써 사람들을 위로하지만, (다)의 화자는 같은 음식을 함께 먹음으로써 사람들과 외로움을 나누고자 한다.
(혹은) (가)의 화자는 외로운 사람들을 즐거운 마음으로 위로하고자 하지만, (다)의 화자는 외로움을 함께 나누고자 한다.
(혹은) (가)의 화자는 외로운 사람들을 즐겁게 대접하고자 하지만, (다)의 화자는 있는 그대로 외로운 사람들을 대한다.

인문계열 6번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
6-1	▶ 국제적 개입에 대한 제시문 (가), (나)의 공통점과 차이점을 제대로 서술하고 있는지를 평가함.(아래 예시 답안 참조) - 공통점과 차이점을 모두 서술한 경우(20점) - 공통점과 차이점 중에서 한 가지만을 서술한 경우(10점) - 공통점과 차이점을 모두 서술하지 못한 경우(0점) - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	20점
6-2	▶ ㉠에 들어갈 내용을 제대로 추론하여 서술하고 있는지를 평가함.(아래 예시 답안 참조) - 근거와 주장을 모두 서술한 경우(20점) - 근거와 주장 중에서 한 가지만을 서술한 경우(10점) - 근거와 주장을 모두 서술하지 못한 경우(0점) - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	20점
6-3	▶ 제시문 (가), (나)의 입장을 <보기>의 사례에 제대로 적용하고 있는지를 평가함.(아래 예시 답안 참조) - (가)와 (나)의 입장을 모두 적절하게 적용하여 서술하고 있는 경우(20점) - (가)와 (나)의 입장 중에서 한 가지만을 적절하게 적용하여 서술한 경우(10점) - (가)와 (나)의 입장을 모두 적절하게 적용하여 서술하지 못하고 있는 경우(0점) - 위의 기본 채점 기준을 바탕으로 내용, 표현 등에서 부적절하거나 부족한 부분이 있으면 적절히 감점함.	20점

2. 예시 답안

6-1. (가)와 (나)는 공통적으로 방어 전쟁과 인권 침해의 경우에는 국제적 개입이 정당하다고 주장한다. 그런데 (가)는 정치 공동체의 보존을, (나)는 개인의 권리(인권, 자유권) 보호를 국제적 개입의 주요 정당화 근거로 제시한다는 점에서 차이점이 있다.

6-2. 개인과 국가는 유사한 관계에 있지 않기 때문에 그러한 유추에 근거하여 내정 불간섭을 주장하는 것은 타당하지 않다.

6-3. (가)와 (나) 모두 구성원의 인권을 심각하게 침해하는 국가는 자결권이 없다고 주장하기 때문에 이를 막기 위한 국제적 개입은 정당하다고 볼 것이다.

2022학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

자연계열 I 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	100분		
지원학과(부)	학과(부, 전공)		감독위원 확인
수 험 번 호			㊞
성 명			

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열I 문제지와 자연계열I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 포함하여 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 3쪽으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$과 $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

(나) 중심이 (a,b)이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

(다) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$를 포함하는 열린구간에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

(라) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

양의 실수 t에 대하여 중심이 $\mathrm{C}(f(t), g(t))$인 원 R는 점 $\mathrm{P}(t, t^2)$에서 곡선 $y=x^2$과 접하고 동시에 x축과 접한다. 점 P에서 x축에 내린 수선과 원 R가 만나는 점 중에서 P가 아닌 점을 Q라 하고 $\angle\mathrm{PCQ}$를 θ라 하자. 단, $f(t)>0$, $g(t)>0$이다.

【1-1】 $\displaystyle\lim_{t\to 0+}\frac{f(t)g(t)}{t^3}$의 값을 구하시오. (50점)

【1-2】 $t=1$일 때, $\displaystyle\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right)$의 값을 구하시오. (30점)

【1-3】 점 $\mathrm{A}(f(t), 0)$에 대하여 곡선 $y=x^2$과 x축 및 부채꼴 CPA의 호 AP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$라고 할 때, $\displaystyle\lim_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t^3}$의 값을 구하시오. (단, $0<\angle\mathrm{PCA}<\pi$) (30점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

(i) $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

(나) 함수 $f(x)$에 대하여 극한값

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 존재하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(다) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능하고 이 구간의 모든 x에서
(i) $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다.
(ii) $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

최고차항의 계수가 3인 사차함수 $f(x)$와 양의 실수 a, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases}-af(x)+(a+b) & (x<5)\\ bf(x) & (x\geq 5)\end{cases}$$

는 $x=5$에서 미분가능하다.
실수 t에 대하여 함수 $k(x)=|t-g(x)|$가 미분가능하지 않은 점의 개수를 $h(t)$라 하면

$$h(t)=\begin{cases}0 & (t=t_1, t_2)\\ 1 & (t\neq t_1, t_2)\end{cases}$$

이다. 단, $t_1<t_2$이다.

【2-1】 $f(5)$와 $f'(5)$를 구하시오. (30점)

【2-2】 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 가짐을 보이시오. (40점)

【2-3】 $a=2$, $b=3$이고 $t_1=3$, $t_2=6$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2$의 모든 교점의 x좌표들의 합을 구하시오. (50점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$에 대하여 선분 AB를 $m:n\,(m>0, n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

(나) 좌표평면 위의 점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

(다) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

(라) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(x)\ge 0$일 때, 정적분 $\displaystyle\int_a^b f(x)dx$는 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\begin{cases} a_n+2 & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

으로 정의될 때, 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{A_n}(a_{2n-1}, 0)$, $\mathrm{B}_n(0, a_{2n})$에 대하여 삼각형 $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 $S(n)$이라 하자. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=b_nx^n$과 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$의 교점을 P_n이라 하자. 곡선 $y=b_nx^n$과 x축 및 선분 $\mathrm{A}_n\mathrm{P}_n$으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\dfrac{1}{n+1}S(n)$일 때, 다음 물음에 답하시오. 단, $b_n>0$이다.

【3-1】 모든 자연수 n에 대하여 $a_{2n-1}=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$이 성립함을 (다)를 이용하여 증명하시오. (30점)

【3-2】 $b_n=c_n\dfrac{a_{2n}}{(a_{2n-1})^n}$을 만족시키는 c_n을 구하시오. (50점)

【3-3】 선분 $\mathrm{A_8B_8}$ 위의 한 점 Q에 대하여 선분 $\mathrm{QP_9}$가 사각형 $\mathrm{A_8A_9B_9B_8}$의 넓이를 이등분할 때, 점 Q의 x좌표를 구하시오. (40점)

2022학년도 논술(AAT) 모의고사(자연계열Ⅰ) 채점 기준 및 예시 답안

자연계열 Ⅰ 1번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1	$(t-f(a))^2+(t^2-g(t))^2=g(t)^2$식을 구하면	10점
	$2t\dfrac{g(t)-t^2}{f(t)-t} = -1$을 구하면	10점
	$g(t)=\dfrac{1}{4}\sqrt{4t^2+1}\left(\sqrt{4t^2+1}-1\right)$을 구하면	10점
	$f(t)=\dfrac{t}{2}\left(\sqrt{4t^2+1}+1\right)$을 구하면	10점
	$\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{f(t)g(t)}{t^3}=\dfrac{1}{2}$을 구하면	10점
2	$g(t)+g(t)\sin\left(\dfrac{\theta}{2}\right)=t^2$임을 보이면	15점
	$\dfrac{d}{dt}\dfrac{1}{\sin^2\left(\dfrac{\theta}{2}\right)}=\dfrac{d}{dt}(4t^2+1)=8t$ 이고 $t=1$일 때 값이 8임을 구하면	15점
3	$S(t)=\dfrac{t^3}{3}+\dfrac{1}{2}(t^2+g(t))(f(t)-t)-\dfrac{g(t)^2}{4}(\pi+\theta)$임을 보이면	10점
	$\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{g(t)}{t^2}=\dfrac{1}{2}$임을 구하면	5점
	$\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{f(t)}{t}=1$임을 구하면	5점
	$\lim\limits_{t\to0+}\dfrac{S(t)}{t^3}=\dfrac{1}{3}$임을 구하면	10점

2. 예시 답안

【1-1】 원 R는 곡선 $y=x^2$과 x축에 동시에 접하기 때문에 원 R는 방정식

$$(x-f(t))^2+(y-g(t))^2=g(t)^2$$

을 만족시킨다. 점 $\mathrm{P}(t,t^2)$은 원 위에 있기 때문에

$$(t-f(t))^2+(t^2-g(t))^2=g(t)^2$$

을 만족시키고 선분 $\overline{\mathrm{PC}}$는 점 $\mathrm{P}(t,t^2)$에서의 곡선 $y=x^2$의 접선과 수직이기 때문에

$$2t\frac{g(t)-t^2}{f(t)-t} = -1$$

을 만족시킨다. 따라서

$$g(t) = \frac{1}{4}\sqrt{4t^2+1}\left(\sqrt{4t^2+1}-1\right),$$

$$f(t) = \frac{t}{2}\left(\sqrt{4t^2+1}+1\right)$$

이고 $f(t)g(t) = \frac{t^3}{2}\sqrt{4t^2+1}$ 이므로

$$\lim_{t\to 0+}\frac{f(t)g(t)}{t^3} = \frac{1}{2}$$

이다.

【1-2】 점 $\mathrm{P}(t,t^2)$의 y축 좌표는 원 R의 반지름과 $g(t)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$의 합이기 때문에

$$b + b\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = t^2$$

을 만족시킨다. 따라서

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{d}{dt}(4t^2+1) = 8t$$

이고 $t=1$일 때 값은 8이다.

【1-3】 넓이S는 곡선 $y=x^2$과 x 축 및 점 P와 점 $\mathrm{B}(t,0)$을 연결하는 선분으로 둘러싸인 영역의 넓이와 사다리꼴 PBAC의 넓이에 부채꼴 CPA의 넓이를 뺀 값이다. 따라서 넓이 $S(t)$는

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_0^t x^2 dx + \frac{1}{2}(t^2+g(t))(f(t)-t) - \frac{g(t)^2}{4}(\pi+\theta) \\ &= \frac{t^3}{3} + \frac{1}{2}(t^2+g(t))(f(t)-t) - \frac{g(t)^2}{4}(\pi+\theta) \end{aligned}$$

이다.

$$\lim_{t\to 0+}\frac{g(t)}{t^2} = \lim_{t\to 0+}\frac{\sqrt{4t^2+1}\left(\sqrt{4t^2+1}-1\right)}{4t^2} = \lim_{t\to 0+}\frac{\sqrt{4t^2+1}}{\left(\sqrt{4t^2+1}+1\right)} = \frac{1}{2}\ ,$$

$$\lim_{t\to 0+}\frac{f(t)}{t} = \lim_{t\to 0+}\frac{1}{2}\left(\sqrt{4t^2+1}+1\right) = 1,$$

$$\pi \le \pi+\theta \le 2\pi$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{t\to 0+}\frac{S(t)}{t^3} &= \lim_{t\to 0+}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{g(t)}{t^2}\right)\left(\frac{f(t)}{t}-1\right) - \frac{g(t)^2}{4t^3}(\pi+\theta)\right) \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\right)(1-1) = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

이다.

자연계열 I 2번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
2-1	$-af(5)+(a+b)=bf(5)$임을 보이고 $f(5)=1$임을 보이면	15점
	$-af'(5)=bf'(5)$임을 보이고 $f'(5)=0$임을 보이면	15점
2-2	$g(x)$가 증가함수임을 증명하면	10점
	$g'(x)=0$가 서로 다른 두 실근을 가짐을 증명하면	10점
	$f'(x)=0$가 $x=p$ $(p\neq 5)$인 중근을 가짐을 증명하면	20점
2-3	$f(x)-f(p)=(x-p)^3(3x+p-20)$을 보이면	10점
	$f(p)=1$ 임을 보이면	10점
	$p<5$이면 $f(x)$가 존재하지 않음을 보이면	10점
	$f(x)=3(x-6)^3\left(x-\dfrac{14}{3}\right)+2$임을 보이면	10점
	$x=6$과 $x=\dfrac{14}{3}$임을 보이고 그 합을 구하면	10점

2. 예시 답안

【2-1】

함수 $g(x)$가 $x=5$에서 미분가능하고 연속이므로 다음이 성립한다.

$$-af(5)+(a+b)=bf(5),\quad -af'(5)=bf'(5)$$

그러므로 $a+b>0$이므로 $f(5)=1,\ f'(5)=0$이다.

【2-2】

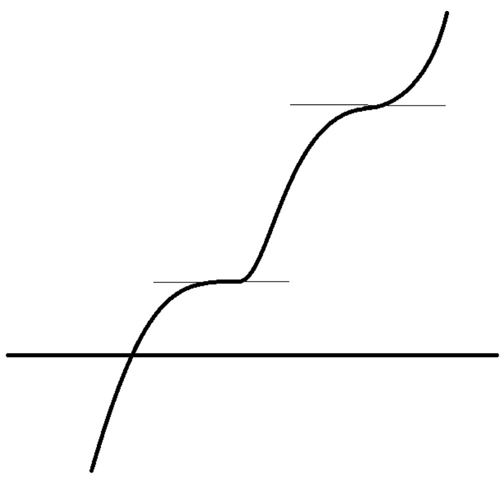
$y=|t-g(x)|=|g(x)-t|$는 $y=g(x)$를 $y=t$의 윗부분은 그대로 $y=t$의 아랫부분은 $y=t$에 대하여 대칭시킨 함수이다.

함수 $g(x)$에 대해서 다음 명제가 참임을 보이자.

① 모든 x에 대하여 $g'(x) \geq 0$이다.
② $g'(x)=0$는 오직 2개의 실근을 가진다.

함수 $f(x)$의 최고차항 계수가 양수이므로 $\lim_{x \to \infty} g(x) = \infty$ 이고 $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ 이다.

만일 어떤 $x=m$에서 $g'(x)<0$이면 $y=g(x)$와 직선 $y=g(m)$이 만나는 교점이 3개 이상이다. 즉, $t=g(m)$에서 $h(t) \geq 3$이므로 $h(t)$의 함숫값이 1이하인 조건에 모순이다. 그러므로 ①이 성립한다. $t=t_1$와 $t=t_2$에서 $h(t)=0$이고 두 점을 제외한 모든 점에서 $h(t)=1$를 만족하기 위해서는 ②를 만족해야 한다. 그때 함수 $g(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같이 나타낼 수 있다.



$g(x)$의 개형에 따라 $g'(x)=0$는 오직 2개의 서로 다른 실근인 해를 가진다.
$g'(5)=bf'(5)=0$이므로 $x=5$는 $g'(x)=0$의 해이다. $x=5$가 아닌 다른 해를 p라고 하자. 그러면 (i) $p<5$ 와 (ii) $p>5$인 두 가지 경우가 존재한다.
(i) $p<5$인 경우
$g'(p)=-af'(p)=0$이고 다음이 성립한다.

x	$\cdots$	$x=p$	$\cdots$	$x=5$	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	-	0	+

그러므로 $x=p$는 $f'(x)=0$의 중근이다.

(ii) $p>5$인 경우
$g'(p)=bf'(p)=0$이고 다음이 성립한다.

x	$\cdots$	$x=5$	$\cdots$	$x=p$	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	+	0	+

그러므로 $x=p$는 $f'(x)=0$의 중근이다.

(i)와 (ii)에 의해서 $f'(x)=0$의 해는 $x=5$, $x=p \neq 5$(중근)이다.

【2-3】

문제 2-2 결과에 의해서 $f'(x)=0$는 5와 p(중근)인 해를 가진다. 그러므로 $f'(x)$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12(x-p)^2(x-5) \\ &= 12(x-p)^2(x-p+p-5) \\ &= 12(x-p)^3+12(p-5)(x-p)^2 \end{aligned}$$

이것을 적분하면 $f(x)=3(x-p)^4+4(p-5)(x-p)^3+C$ 이다. $x=p$를 대입하면 $C=f(p)$이다. 그러므로 $f(x)$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(x)=3(x-p)^4+4(p-5)(x-p)^3+f(p)$$

즉, $f(x)-f(p)=(x-p)^3(3x+p-20)$이다. $x=5$를 양변에 대입하면 다음이 성립한다.

$f(5)-f(p)=-(5-p)^4$--------------------------------(*)

$f(p)$를 구하기 위해서 2가지 경우를 생각해보자.

① $p<5$인 경우

$$h(t)=\begin{cases} 1 & (t\le 3) \\ 0 & (t=3) \\ 1 & (3<t<6) \\ 0 & (t=6) \\ 1 & (t>6) \end{cases}$$ --------------------------(**)

이므로 $g(p)=-2f(p)+5=3$ $g(5)=3f(5)=6$이므로 $f(p)=1,\ f(5)=2$이다. 하지만 문제 2-1에 의해 $f(5)=1$이므로 조건을 만족하는 $f(x)$는 존재하지 않는다.

② $5<p$인 경우

(**)에 의해서 $g(p)=3f(p)=6,\ g(5)=3f(5)=3$ 이므로 $f(p)=2,\ f(5)=1$이다. (*)에 대입 후 $5<p$이므로 $5-p=-1$이다. 즉, $p=6$이다. 그러므로 $f(x)=3(x-6)^3\left(x-\frac{14}{3}\right)+2$이다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=2$가 만나는 점의 x좌표는 $x=6$과 $x=\frac{14}{3}$이고, 그 합은 $\frac{32}{3}$이다.

자연계열 I 3번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1	$n=1$인 경우, $a_1=1=(\frac{1}{2})^0=\sum_{i=1}^{1}(\frac{1}{2})^{i-1}$이 성립함을 보이면	10점
	$n=k$일 때 $a_{2k-1}=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}$라 가정하면	10점
	$n=k+1$인 경우에도 성립함을 보이면	10점
2	$\int_0^{\alpha_n} b_n x^n\,dx=\frac{1}{n+1}b_n(\alpha_n)^{n+1}$이므로 곡선 $y=b_n x^n$과 x축 및 선분 P_nC_n으로 둘러싸인 영역의 넓이는 사각형 $OC_nP_nD_n$ 넓이의 $\frac{1}{n+1}$임을 보이면	20점
	삼각형 $C_nA_nP_n$과 삼각형 $D_nP_nB_n$의 넓이의 비가 $1:n$임을 보이면	10점
	$c_n=\frac{(1+\sqrt{n})^{n-1}}{(\sqrt{n})^n}$을 구하면	20점
3	사각형 $A_8A_9P_9Q$의 넓이는 $-\frac{3(a+2)(a-2)}{16}$임을 구하면	20점
	$-\frac{3(a+2)(a-2)}{32}=-\frac{(a-2)(2a+3)}{8a}q$임을 구하면	10점
	Q의 x좌표가 $\frac{130305}{152576}$임을 보이면	10점

2. 예시 답안

【3-1】 $n=1$인 경우, $a_1=1=(\frac{1}{2})^0=\sum_{i=1}^{1}(\frac{1}{2})^{i-1}$이 성립한다. $n=k$일 때 $a_{2k-1}=\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}$라 가정하자.

수열의 규칙으로부터 $a_{2(k+1)-1}=a_{2k+1}=\frac{1}{2}a_{2k}=\frac{1}{2}(a_{2k-1}+2)=\frac{1}{2}a_{2k-1}+1$을 찾을 수 있으며, 가정에 의해 $\frac{1}{2}a_{2k-1}+1=\frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{k}(\frac{1}{2})^{i-1})+1=\sum_{i=1}^{k+1}(\frac{1}{2})^{i-1}$이 되어 $n=k+1$인 경우에도 성립한다. 수학적 귀납법에 의해 $a_{2n-1}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

【3-2】 점 P_n에서 x축과 y축에 내린 수선의 발을 각각 점 $C_n(\alpha_n,0)$, 점 $D_n(\beta_n,0)$이라 하자. $\beta_n=b_n(\alpha_n)^n$이므로 사각형 $OC_nP_nD_n$의 넓이는 $\alpha_n\beta_n=b_n(\alpha_n)^{n+1}$이다.

$\int_0^{\alpha_n} b_n x^n dx = \frac{1}{n+1} b_n (\alpha_n)^{n+1}$이므로 곡선 $y = b_n x^n$과 x축 및 선분 $P_n C_n$으로 둘러싸인 영역의 넓이는 사각형 $OC_n P_n D_n$ 넓이의 $\frac{1}{n+1}$이다.
즉, 삼각형 $C_n A_n P_n$과 삼각형 $D_n P_n B_n$의 넓이의 비는 $1 : n$이 되어야한다. 두 삼각형은 닮음이므로 닮음비는 $1 : \sqrt{n}$이고, $\alpha_n = \frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}} a_{2n-1}$, $\beta_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}} a_{2n}$이다.

$\beta_n = b_n (\alpha_n)^n$이므로 $b_n = \frac{(1+\sqrt{n})^{n-1}}{(\sqrt{n})^n} \frac{a_{2n}}{(a_{2n-1})^n}$이고, $c_n = \frac{(1+\sqrt{n})^{n-1}}{(\sqrt{n})^n}$이다.

【3-3】 점 A_8의 x좌표를 a라 하면 수열의 규칙성에 의해 $B_8(0, a+2), A_9(\frac{1}{2}a+1, 0), B_9(0, \frac{1}{2}a+3)$을 구할 수 있다. 점 P_9는 선분 $A_9 B_9$를 $1:3$으로 내분하는 점이므로 $(\frac{3}{8}a + \frac{3}{4}, \frac{1}{8}a + \frac{3}{4})$이다. 점 Q의 x좌표를 q라하고, Q에서 x축과 y축에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라하자. 점 P_9에서 x축에 내린 수선의 발을 H_3라 하자.

두 점 A_8과 B_8을 지나는 직선의 방정식이 $y = -\frac{a+2}{a}x + a + 2$ 이므로, $Q(q, -\frac{a+2}{a}q + a + 2)$, $H_1(q, 0)$, $H_2(0, -\frac{a+2}{a}q + a + 2)$임을 알 수 있다.

(사각형 $A_8 A_9 B_9 B_8$의 넓이) = (삼각형 $OA_9 B_9$의 넓이) - (삼각형 $OA_8 B_8$의 넓이) = $-\frac{3(a+2)(a-2)}{8}$이므로 사각형 $A_8 A_9 P_9 Q$의 넓이는 $-\frac{3(a+2)(a-2)}{16}$이다.
한편, (사각형 $A_8 A_9 P_9 Q$의 넓이) = (삼각형 $H_3 A_9 P_9$의 넓이) + (사각형 $H_1 H_3 P_9 Q$의 넓이) - (삼각형 $H_1 A_8 Q$의 넓이) 이므로 $-\frac{3(a+2)(a-2)}{32} = -\frac{(a-2)(2a+3)}{8a}q$을 얻을 수 있다. 즉, 점 Q의 x좌표는 $\frac{3a(a+2)}{4(2a+3)}$이다. $a = \sum_{i=1}^{8} (\frac{1}{2})^{i-1} = 2 - (\frac{1}{2})^7$이므로 $\frac{3a(a+2)}{4(2a+3)} = \frac{130305}{152576}$이다.

2022학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

자연계열 Ⅱ 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과)

시 험 시 간	100분	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열Ⅱ 문제지와 자연계열Ⅱ 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 포함하여 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 3쪽으로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고, 그 값이 모두 L이면 $\lim_{x \to a} f(x) = L$이다.

(나) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(다) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이에 있는 임의의 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(라) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린구간 (a,b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

인 c가 열린구간 (a,b)에 적어도 하나 존재한다.

(마) 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$가 미분가능할 때, 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

양의 실수 a, b와 음의 실수 c, d에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} -(ax+b)^2 + c & \left(x < -\dfrac{b}{a}\right) \\ \dfrac{a}{3}x^3 + \dfrac{b}{2}x^2 + d & \left(-\dfrac{b}{a} \le x < 1\right) \\ -(x-1)(3x-11)e^{-x+1} & (x \ge 1) \end{cases}$$

과 함수

$$g(x) = f(x) - (f \circ f)(x)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(ㄱ) 함수 $f(x)$는 실수 전체 집합에서 미분가능하다.
(ㄴ) $x<1$에서 함수 $g(x)$는 극대 또는 극소가 되는 양의 실수 x와 음의 실수 x가 오직 한 개씩 존재하고, 두 극값은 동일하다.

【1-1】 $b+6d$의 값을 구하시오. (10점)

【1-2】 다음 물음에 답하시오. 단, $(1.1)^3 < e^2 < 8$이다.

(1) $x=\alpha$에서 함수 $f(x)$는 극값을 가질 때, $\alpha < f(\alpha) < \dfrac{11}{3}$임을 보이시오. 단, $1 < \alpha < \dfrac{11}{3}$이다. (20점)

(2) $1 < x < \dfrac{11}{3}$에서 함수 $g(x)$가 극값을 가지는 서로 다른 실수 x가 다섯 개 존재함을 보이시오. (20점)

【1-3】 실수 b는 등식 $b^2 + pb + \dfrac{1021}{6} = 0$을 만족시킨다. 정수 p를 구하시오. (60점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 미분가능한 함수 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때, $y=f^{-1}(x)$의 도함수는

$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(y)} \quad (\text{단, } f'(y)\neq 0)$$

(나) 미분가능한 함수 $t=g(x)$의 도함수 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고, 함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, $g(\alpha)=a$, $g(\beta)=b$이면

$$\int_a^b f(t)\,dt=\int_\alpha^\beta f(g(x))g'(x)\,dx$$

(다) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx$$

(라) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(x)\le g(x)$일 때,

$$\int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$$

(마) 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 가 미분가능할 때, 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는

$$\{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$$

(바) 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 $f(x)\le h(x)\le g(x)$이고

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} g(x)=\alpha \quad (\alpha\text{는 실수})$$

이면

$$\lim_{x\to\infty} h(x)=\alpha$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

실수 전체 집합에서 정의된 함수 $f(x)$는 이계도함수를 갖는 증가함수이고, $f(0)=0$이다. $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $g(x)$는 실수 전체 집합에서 정의되고 이계도함수를 갖는다. 실수 전체 집합에서 정의된 함수

$$h(x)=\int_0^x\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt-\int_0^x\{1+(f'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

【2-1】 $h(\alpha)=0$을 만족하는 양의 실수 α에 대하여 $f(\alpha)=\alpha$임을 증명하시오. (50점)

【2-2】 $h(\beta)=0$, $h'(\beta)=0$, $h''(\beta)=-2^{\frac{9}{4}}$을 만족하는 양의 실수 β에 대하여 $f''(\beta)$의 값을 구하시오. (30점)

【2-3】 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=1$일 때, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{h(x)}{x}=0$임을 보이시오. (40점)

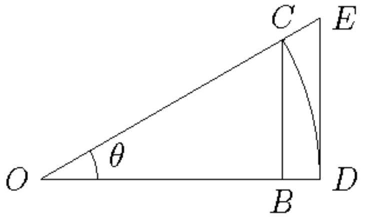
수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$과 $\mathrm{B}(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

(나) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$일 때, 그림으로부터 삼각형 OBC, 부채꼴 OCD, 삼각형 ODE의 넓이 사이에 다음 관계가 성립한다.



(△OBC의 넓이)≤(부채꼴 OCD의 넓이)≤(△ODE의 넓이)

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

임의의 실수 a에 대하여 y축 위의 점 $(0, a)$와 이차곡선 $P: y = x^2$ 위의 점 사이의 거리의 최솟값을 $r(a)$라고 하자.

【3-1】 다음 정적분을 구하시오. (40점)

$$\int_{-1}^{1} \{r(a)\}^2 da$$

【3-2】 원 $C_a : x^2 + (y-a)^2 = \{r(a)\}^2$과 이차곡선 P의 각 교점에서 원 C_a의 접선과 곡선 P의 접선이 일치함을 보이시오.

(30점)

【3-3】 $a > \frac{1}{2}$일 때, 원 $C_a : x^2 + (y-a)^2 = \{r(a)\}^2$과 이차곡선 P로 둘러싸인 부분 중 원의 바깥쪽 부분의 넓이를 $S(a)$라고 하자.

$$\lim_{a \to \infty} \left\{ S(a) - F\left(\sqrt{a - \frac{1}{2}} \right) \right\} = 0$$

을 만족시키는 삼차다항식 $F(x)$를 구하시오. (50점)

2022학년도 논술(AAT) 모의고사(자연계열Ⅱ) 채점 기준 및 예시 답안

자연계열 Ⅱ 1번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1	$a+b$의 값 또는 미분값 $-(-3x^2+20x-25)e^{-x+1}\vert_{x=1}$을 정확히 구하면	5점
	$b+6d$의 값을 정확히 구하면	5점
2-1	부등식 $\frac{5}{3}<f(\frac{5}{3})$을 정확히 보이면	10점
	부등식 $f(\frac{5}{3})<\frac{11}{3}$ 을 정확히 보이면	10점
2-2	함수값 y_1, y_2에 대하여 각각 두 개씩의 실수 x $(\neq \frac{5}{3})$가 존재함을 보이거나 함수값이 y_3인 x가 존재하지 않음 설명하면	10점
	모두 다섯 개 점이 존재함을 설명하면	10점
3	$f(t)=f(-\frac{b}{a})$ 임을 확인하면	40점
	p를 정확히 구하면	20점

2. 예시 답안

【1-1】 $x=1$에서 함수 $f(x)$는 미분가능 하므로,

$$\frac{a}{3}+\frac{b}{2}+d=0 \Rightarrow d=-\frac{a}{3}-\frac{b}{2}\ ,\ a+b=-(-3x^2+20x-25)e^{-x+1}\vert_{x=1}=8$$

$$\therefore b+6d=(8-a)+(-2a-3b)=-16.$$

【1-2】

(1) $(-(x-1)(3x-11)e^{-x+1})'=-(3x-5)(x-5)e^{-x+1}$ 이므로 $\alpha=\frac{5}{3}$.

$$\therefore (\frac{12}{11})^3<(\frac{11}{10})^3<e^2<2^3<(\frac{12}{5})^3 \Rightarrow (\frac{12}{11})^3<e^2<(\frac{12}{5})^3 \Leftrightarrow \frac{5}{3}<f(\frac{5}{3})<\frac{11}{3}\ .$$

(2) 조건으로부터 $x<0$이면, $f(x)<0$이다. $g'(x)=(1-f'(f(x)))f'(x)$ $\Rightarrow f'(f(x))=1$ 또는 $f'(x)=0$ 로부터 $f(x)=y_1, y_2, y_3$, $f'(y_i)=1$, $0<y_1<1,\ 1<y_2<\frac{5}{3}, 5<y_3$인 x와 $x=\frac{5}{3}$에서 극대 또는 극소가 된다. 함수값 y_1, y_2에 대하여 각각 두 개씩의 실수 x $(\neq\frac{5}{3})$가 존재 하지만,

$f(\frac{5}{3}) < \frac{11}{3}$ 이므로 함수값이 y_3인 x는 존재하지 않는다. 그러므로, 5개 존재한다.

【1-3】 $g'(x) = (1 - f'(f(x)))f'(x)$ 로부터 $x = -\frac{b}{a}$ 에서 함수 $g(x)$는 극값을 가지고 조건으로부터 $x = t, t \in (0,1)$ 에서 유일한 극값을 갖는다. 그런데, $f'(x) \neq 0, 0 < x < 1$ 이므로, $1 - f'(f(t)) = 0$.

① $f(t) < f(-\frac{b}{a})$ 이면 $f(t) = f(c)$, $c \in (-\infty, -\frac{b}{a})$ 인 c가 존재하여 조건에 모순이다.

② $f(t) > f(-\frac{b}{a})$ 이라 하자. 조건으로부터 $g(t) = g(-\frac{b}{a}) \Rightarrow \dfrac{f(f(t)) - f(f(-\frac{b}{a}))}{f(t) - f(-\frac{b}{a})} = 1$ 이므로 평균값 정리에 의해 $f'(s) = 1, s \in (f(-\frac{b}{a}), f(t))$ 인 s가 존재한다. 사잇값 정리에 의해 $s = f(s')$, $s' \in (0,t)$인 s'이 존재한다. 이는 조건에 모순이다.

①과 ②로부터, $f(t) = f(-\frac{b}{a}) \Rightarrow 2a(af(-\frac{b}{a}) + b) + 1 = 0 \Rightarrow 2a(ac + b) + 1 = 0.$

그리고, $x = -\frac{b}{a}$ 에서 함수 $f(x)$는 연속이므로, $c = -\frac{b^3}{3a^2} + \frac{b^3}{2a^2} + d$.

두 식을 $a + b = 8, d = -\frac{1}{6}b - \frac{8}{3}$ 과 연립하면, b에 대한 이차 방정식 $b^2 - 40b + \frac{1021}{6} = 0$. $p = -40$.

자연계열 Ⅱ 2번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1	$h(x)=\int_{f(x)}^{x}\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt$ 를 유도하면	30점
	$f(\alpha)=\alpha$ 임을 보이면	20점
2	$f'(\beta)=g'(\beta)=1$ 을 구하면	10점
	$f''(\beta)=4$ 를 구하면	20점
3	$g'(t)\le\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\le 1+g'(t)$ 를 유도하면	10점
	$0\le\lvert h(x)-g(x)+x\rvert\le\lvert x-f(x)\rvert$를 유도하면	10점
	$\lim_{x\to\infty}\frac{h(x)}{x}=0$ 임을 보이면	20점

2. 예시 답안

【2-1】

두번째 항인 $\int_0^x\{1+(f'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt$ 에 대해 치환적분 $t=g(s)$를 적용하자. $f(x)$가 증가함수이므로 역함수 $g(x)$도 증가함수이고, 따라서 $g'(x)>0$이다. 또한, $f(0)=0$ 이므로,

$$\int_0^x\{1+(f'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt=\int_0^{f(x)}\left\{1+\left(\frac{1}{g'(s)}\right)^4\right\}^{\frac{1}{4}}g'(s)\,ds=\int_0^{f(x)}\{1+(g'(s))^4\}^{\frac{1}{4}}ds$$

를 얻는다. 따라서,

$$h(x)=\int_0^x\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt-\int_0^{f(x)}\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt=\int_{f(x)}^x\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt$$

임을 알 수 있다. $h(\alpha)=0$을 만족하는 양의 실수 α에 대하여, 만약 $f(\alpha)<\alpha$이면,

$$h(\alpha)=\int_{f(\alpha)}^{\alpha}\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt\ \ge\int_{f(\alpha)}^{\alpha}1\,dt=\alpha-f(\alpha)>0$$

이므로 모순이다. 만약 $f(\alpha)>\alpha$이면,

$$h(\alpha)=-\int_{\alpha}^{f(\alpha)}\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}dt\le-\int_{\alpha}^{f(\alpha)}1\,dt=-(f(\alpha)-\alpha)<0$$

이므로 모순이다. 따라서 $f(\alpha)=\alpha$임을 알 수 있다.

【2-2】

$h(x)=\int_0^x \{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\,dt-\int_0^x \{1+(f'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\,dt$ 이므로,

$h'(x)=\{1+(g'(x))^4\}^{\frac{1}{4}}-\{1+(f'(x))^4\}^{\frac{1}{4}}$ 이고,

$$h''(x)=\{1+(g'(x))^4\}^{-\frac{3}{4}}(g'(x))^3g''(x)-\{1+(f'(x))^4\}^{-\frac{3}{4}}(f'(x))^3f''(x)$$

이다. 우선, $h(\beta)=0$ 으로부터 $f(\beta)=\beta=g(\beta)$ 임을 알 수 있다.

$h'(\beta)=\{1+(g'(\beta))^4\}^{\frac{1}{4}}-\{1+(f'(\beta))^4\}^{\frac{1}{4}}=0$ 으로부터 $f'(\beta)=g'(\beta)$를 알 수 있고, 역함수의 도함수 성질로부터 $g'(\beta)=\dfrac{1}{f'(\beta)}$ 임을 알 수 있다. 따라서 $f'(\beta)=g'(\beta)=1$ 을 얻는다. 또한, $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이므로 모든 실수 x에 대해 $f(g(x))=x$ 가 성립하고, 양변의 이계도함수를 계산하면 $f''(g(x))(g'(x))^2+f'(g(x))g''(x)=0$ 를 얻는다. 여기에 $x=\beta$ 를 대입하면 $g''(\beta)=-f''(\beta)$ 를 얻을 수 있다. 한편 $h''(\beta)=-2^{\frac{9}{4}}$ 이므로,

$$-2^{\frac{9}{4}}=h''(\beta)=\{1+(g'(\beta))^4\}^{-\frac{3}{4}}(g'(\beta))^3g''(\beta)-\{1+(f'(\beta))^4\}^{-\frac{3}{4}}(f'(\beta))^3f''(\beta)=-2\times 2^{-\frac{3}{4}}f''(\beta)$$

임을 알 수 있다. 이로부터 $f''(\beta)=4$ 를 얻는다.

【2-3】

위에서 구한 식 $h(x)=\int_{f(x)}^x \{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\,dt$ 를 이용하자. 임의의 실수 t에 대해 $g'(t)>0$ 이므로,

$$(g'(t))^4 \le 1+(g'(t))^4 \le (1+g'(t))^4$$

가 성립한다.

따라서 임의의 실수 t에 대해 $g'(t)\le \{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}} \le 1+g'(t)$ 가 성립하고, 이로부터 $x\ge f(x)$인 경우

$$\int_{f(x)}^x g'(t)\,dt \le h(x)=\int_{f(x)}^x \{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\,dt \le \int_{f(x)}^x (1+g'(t))\,dt$$

이다. 한편,

$$\int_{f(x)}^x g'(t)\,dt=g(x)-g(f(x))=g(x)-x$$

$$\int_{f(x)}^x (1+g'(t))\,dt=(x-f(x))+(g(x)-g(f(x)))=g(x)-f(x)$$

이므로, 부등식

$$0\le h(x)-g(x)+x \le x-f(x) \cdots (*)$$

가 성립한다. $x<f(x)$인 경우는

$$-\int_x^{f(x)}(1+g'(t))\,dt \le h(x)=-\int_x^{f(x)}\{1+(g'(t))^4\}^{\frac{1}{4}}\,dt \le -\int_x^{f(x)} g'(t)\,dt$$

로부터, 부등식

$$x-f(x)\le h(x)-g(x)+x \le 0 \cdots (**)$$

가 성립한다. 그러므로, 부등식 (*), (**)로부터 임의의 양의 실수 x에 대해

$$0 \le \left| \frac{h(x)}{x} - \frac{g(x)}{x} + 1 \right| \le \left| 1 - \frac{f(x)}{x} \right|$$

를 얻고, 문제 조건의 $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ 로부터 $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{h(x)}{x} - \frac{g(x)}{x} + 1 \right) = 0$ 임을 알 수 있다.

한편, $\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}\ x = \infty$ 를 이용하면 $\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{s \to \infty} \frac{s}{f(s)} = 1$ 이므로,

$$\lim_{x \to \infty} \frac{h(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{g(x)}{x} - 1 \right) = 0$$

임을 알 수 있다.

자연계열 Ⅱ 3번 문항 채점 기준 및 답안

1. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
1	점 $(0,a)$에서 곡선 $y=x^2$ 의 한 점까지의 거리를 함수로 표현했으면	10점
	$a<\frac{1}{2}$, $a\ge\frac{1}{2}$로 경우를 나누었으면	15점
	각 경우에 대해 $r(a)$를 올바르게 구하고 적분값을 계산하였으면	15점
2	$a<\frac{1}{2}$, $a\ge\frac{1}{2}$로 경우를 나누었으면	5점
	$a<\frac{1}{2}$일 때 접선이 일치함을 보였으면	10점
	$a\ge\frac{1}{2}$일 때 접선이 일치함을 보였으면	15점
3	주어진 영역을 올바르게 표현하였으면(그림, 설명 등)	5점
	관련된 영역(곡선 P와 접점을 잇는 선분사이의 영역, 직각삼각형, 반원 등)의 면적을 계산하였으면	10점
	부채꼴에 대해 부등식을 올바로 사용하였으면	10점
	$F(X)$를 구하였으면	10점
	$\lim_{a\to\infty}\left\{S(a)-F\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)\right\}=0$ 임을 보였으면	15점

2. 예시 답안

【3-1】 점 $(0,a)$에서 곡선 P위의 점 (x,x^2) 까지의 거리 $\sqrt{x^2+(x^2-a)^2}$가 최솟값 $r(a)$일 때, 함수 $f(x)=x^2+(x^2-a)^2=x^4+(1-2a)x^2+a^2$ 가 최솟값 $\{r(a)\}^2$을 가진다.

$a\ge\frac{1}{2}$이면 $x^2=-\frac{1-2a}{2}=a-\frac{1}{2}\ge 0 \iff x=\pm\sqrt{a-\frac{1}{2}}$에서 $f(x)$는 최솟값 $a-\frac{1}{4}$을 갖고,

$a<\frac{1}{2}$이면 $x=0$에서 $f(x)$는 최솟값 a^2을 가진다. 따라서,

$$r(a)=\begin{cases}\sqrt{a-\frac{1}{4}} & \left(a\ge\frac{1}{2}\right)\\ |a| & \left(a<\frac{1}{2}\right)\end{cases}$$

이고, 주어진 정적분은

$$\int_{-1}^{1}\{r(a)\}^2 da = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} a^2 da + \int_{\frac{1}{2}}^{1}\left\{a-\frac{1}{4}\right\}da = \frac{5}{8}$$

【3-2】 원 C_a와 곡선 P와의 교점을 (x_0, y_0)라 두면, $y_0 = x_0^2 \geq 0$이다.

$a < \frac{1}{2}$이면 원 C_a의 방정식은 $x^2+(y-a)^2 = r(a)^2 = a^2 \Leftrightarrow x^2+y^2-2ay=0$이고, $x^2=y$ 를 대입하면, $y_0^2+(1-2a)y_0=0$. 따라서 $y_0=0$ 이거나 $y_0=2a-1<0$ 그런데 $y_0=x_0^2 \geq 0$ 이므로, 유일한 교점은 $(x_0,y_0)=(0,0)$이다. 이때 원 C_a와 곡선 P는 원점 $(0,0)$에서 x축에 접하므로, 접선의 방정식은 둘 다 $y=0$으로 일치한다.

$a \geq \frac{1}{2}$이면 원 C_a의 방정식은 $x^2+(y-a)^2 = r(a)^2 = a-\frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2+y^2-2ay+\left(a-\frac{1}{2}\right)^2=0$ 이고, $x^2=y$ 를 대입하면, $y_0+y_0^2-2ay+\left(a-\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow y_0^2+(1-2a)y+\left(a-\frac{1}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow y_0=a-\frac{1}{2}$에서 중근을 갖는다.

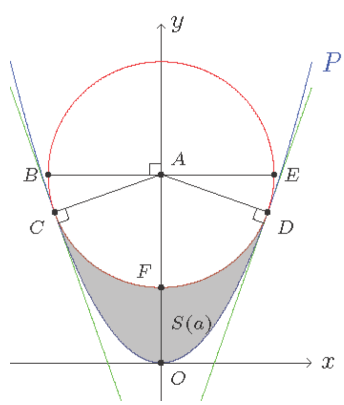
따라서 교점은 $(x_0,y_0)=\left(\pm\sqrt{a-\frac{1}{2}}, a-\frac{1}{2}\right)$각 교점에서 원 C_a의 접선과 곡선 P의 접선의 방정식은

$x_0(x-x_0)+(y_0-a)(y-y_0)=\pm\sqrt{a-\frac{1}{2}}\left(x\mp\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)+\left(a-\frac{1}{2}-a\right)\left(y-a+\frac{1}{2}\right)=0$ 과

$y-y_0=2x_0(x-x_0) \Leftrightarrow y-a+\frac{1}{2}=\pm 2\sqrt{a-\frac{1}{2}}\left(x\mp\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)$이고, 이를 정리하면 두 접선의 방정식은

$y=\pm 2\sqrt{a-\frac{1}{2}}\,x-\left(a-\frac{1}{2}\right)$ 으로 일치한다.

【3-3】



왼쪽 그림에서, 주어진 영역은 곡선 P와 원호 CFD로 둘러쌓인 영역CODF가 된다. 곡선COD와 선분CD로 둘러싸인 영역을 영역COD라고 나타내면,

$S(a)=$(영역 COD의 넓이)$+$(삼각형 ACD의 넓이)
$+$(부채꼴 ABC의 넓이)$+$(부채꼴 ADE의 넓이)
$-$(반원 ABFE의 넓이)

(영역 COD의 넓이)$=2\sqrt{a-\frac{1}{2}}\left(a-\frac{1}{2}\right)-\int_{-\sqrt{a-\frac{1}{2}}}^{\sqrt{a-\frac{1}{2}}} x^2 dx = \frac{4}{3}\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)^3$

(삼각형 ACD의 넓이)$=2\sqrt{a-\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{a-\frac{1}{2}}$

(반원 ABFE의 넓이)$=\frac{\pi}{2}\left(\sqrt{a-\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{\pi}{2}\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)^2+\frac{\pi}{8}$

(부채꼴 ABC의 넓이)$=$(부채꼴 ADE의 넓이) 이고, 이 부채꼴에 대해 (나)에 주어진 부등식을 이용하면,

$$\frac{1}{4}\sqrt{a-\frac{1}{2}} \le (\text{부채꼴 ABC의 넓이}) \le \sqrt{a-\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{a-\frac{1}{4}}}{\sqrt{a-\frac{1}{2}}}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\sqrt{a-\frac{1}{2}} + \frac{1}{16\sqrt{a-\frac{1}{2}}}$$

이제 $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{\pi}{2}x^2 + x - \frac{\pi}{8}$ 라 두면, 아래 부등식을 얻는다.

$$F\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right) \le S(a) \le F\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{8\sqrt{a-\frac{1}{2}}} \iff 0 \le S(a) - F\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right) \le \frac{1}{8\sqrt{a-\frac{1}{2}}}$$

여기서 $\lim_{a\to\infty}\frac{1}{8\sqrt{a-\frac{1}{2}}} = 0$ 이므로 함수의 극한의 대소관계에 의해, $\lim_{a\to\infty}\left\{S(a) - F\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}}\right)\right\} = .0$