

# 2022학년도 경찰대학 1차 시험

- 수학 -



응시자 유의사항

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

경 찰 대 학

<http://www.police.ac.kr>

※ 총 8쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.  
[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 두 양수  $a, b$ 가

$$\log_b a + \log_a b = \frac{26}{5}, ab = 27$$

을 만족시킬 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a \neq 1, b \neq 1$ ) [3점]

- ① 240      ② 242      ③ 244      ④ 246      ⑤ 248

2. 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이가 3이고

$$4\cos^2 A - 5\sin A + 2 = 0$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 시각  $t=1, t=2$ 일 때, 점 P의 속도가 각각 15, 20이다.  
시각  $t=1$ 에서  $t=5$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ①  $\frac{166}{3}$       ② 56      ③  $\frac{170}{3}$       ④  $\frac{172}{3}$       ⑤ 58

4. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은?  
(단,  $a$ 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - ax^2}{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - ax} = 2$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $0 \leq \log_2 a \leq 2, 0 \leq \log_2 b \leq 2$ 이고  $\log_2(a+b)$ 가 정수일 때, 두 점  $(4, 2)$ 와  $(a, b)$  사이의 거리의 최솟값을  $m$ , 최댓값을  $M$ 이라 하자.  $m^2 + M^2$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

6. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_4, \quad a_3^{\log_2 3} = 27$$

일 때, 집합  $\left\{n \mid \log_4 a_n - \log_2 \frac{1}{a_n} \text{은 자연수}\right\}$ 의 모든 원소의 개수는? [4점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

7. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 + kx^2 + (2k-1)x + k+3$ 의 그래프가  $k$ 의 값에 관계없이 항상 점  $P$ 를 지난다.

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P$ 에서의 접선이 곡선  $y = f(x)$ 와 오직 한 점에서 만난다고 할 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 자연수  $n$ 과  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 2$ 인 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ \frac{1}{n} & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이다.  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는  $n$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

9. 삼차함수  $f(x) = x^3 + x^2$  의 그래프 위의 두 점  $(t, f(t))$  와  $(t+1, f(t+1))$  에서의 접선의  $y$  절편을 각각  $g_1(t)$  와  $g_2(t)$  라 하자. 함수  $h(t) = |g_1(t) - g_2(t)|$  의 최솟값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

10. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  이

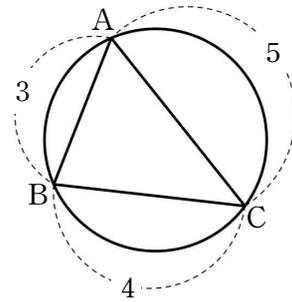
$$a_n = \sum_{k=1}^n k,$$

$$b_1 = 1, b_n = b_{n-1} \times \frac{a_n}{a_n - 1} \quad (n \geq 2)$$

를 만족시킬 때,  $b_{100}$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{44}{17}$       ②  $\frac{46}{17}$       ③  $\frac{48}{17}$       ④  $\frac{50}{17}$       ⑤  $\frac{52}{17}$

11. 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC가 있다. 호 AB, 호 BC, 호 CA의 길이가 각각 3, 4, 5이고 삼각형 ABC의 넓이가  $S$ 일 때,  $\frac{\pi^2 S}{9}$ 의 값은? [4점]



- ①  $2 - \sqrt{3}$       ②  $\sqrt{3}$       ③  $1 + \sqrt{3}$   
 ④  $2 + \sqrt{3}$       ⑤  $3 + \sqrt{3}$

12. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int_1^x (f(t) + t^2 + 2at - 3) dt \right\} = \int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} (2f(t) - 3t + 7) \right\} dt$$

(나)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h} = 6$

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5

13. 실수  $r = \frac{3}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}$  에 대하여

$$r + r^2 + r^3 = a\sqrt[3]{4} + b\sqrt[3]{2} + c$$

일 때,  $a+b+c$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 유리수이다.) [4점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

14. 삼각형 ABC 에서  $\angle A = \frac{2\pi}{3}$  이고  $\overline{AB} = 6$  이다.  $\overline{AC}$  와  $\overline{BC}$  의 합이 24 일 때,  $\cos B$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{19}{28}$       ②  $\frac{5}{7}$       ③  $\frac{21}{28}$       ④  $\frac{11}{14}$       ⑤  $\frac{23}{28}$

15. 실수  $p$  에 대하여 곡선  $y = x^3 - x^2$  과 직선  $y = px - 1$  의 교점의  $x$  좌표 중 가장 작은 값을  $m$  이라 하자.  $m < a < b$  인 모든 실수  $a, b$  에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - x^2 - px + 1) dx > 0$$

이 되도록 하는  $m$  의 최솟값은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-1$       ③  $-\frac{3}{2}$       ④  $-2$       ⑤  $-\frac{5}{2}$

16. 자연수  $n$ 에 대하여 곡선

$$y = n \sin(n\pi x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

위의 점 중  $y$ 좌표가 자연수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 340      ② 350      ③ 360      ④ 370      ⑤ 380

17. 자연수  $n$ 에 대하여 함수

$$f(x) = |x^2 - 4|(x^2 + n)$$

이  $x=a$ 에서 극값을 갖는  $a$ 의 개수가 4 이상일 때,  $f(x)$ 의 모든 극값의 합이 최대가 되도록 하는  $n$ 의 값은? [5점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

18. 실수  $t$  ( $0 < t < 3$ )에 대하여 삼차함수

$$f(x) = 2x^3 - (t+3)x^2 + 2tx$$

가  $x=a$ 에서 극댓값을 가질 때, 세 점  $(0,0)$ ,  $(a,0)$ ,  $(a,f(a))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{g(t)} \int_0^a f(x) dx$ 의 값은? [5점]

- ① 1      ②  $\frac{13}{12}$       ③  $\frac{7}{6}$       ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{4}{3}$

19. 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & (\cos x \geq \sin x) \\ \sin x & (\cos x < \sin x) \end{cases},$$

$$g(x) = \cos ax \quad (a > 0 \text{인 상수})$$

이다. 닫힌구간  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 에서 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 의 교점의 개수가 3이 되도록 하는  $a$ 의 최솟값을  $p$ 라 하자.

닫힌구간  $\left[0, \frac{11}{12}\pi\right]$ 에서 두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=\cos px$ 의 교점의 개수를  $q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [5점]

- ① 16      ② 17      ③ 18      ④ 19      ⑤ 20

20. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식  $P(x), Q(x)$ 에 대하여 두 함수  $f(x)=(x+4)P(x), g(x)=(x-4)Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(-4) \neq 0, f(4) \neq 0, g(-4) \neq 0$

(나) 방정식  $f(x)g(x)=0$ 의 서로 다른 모든 해를 크기 순으로 나열한  $-4, a_1, a_2, a_3, 4$ 는 등차수열을 이룬다.

(다)  $f'(a_i)=0$ 인  $i \in \{1, 2, 3\}$ 은 하나만 존재하고 모든  $i \in \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $g'(a_i) \neq 0$ 이다.

두 곡선  $y=f(x)$ 와  $y=g(x)$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 교점의  $x$ 좌표의 합은? [5점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

[21~25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 방정식  $\log_2(x+4) + \log_{\frac{1}{2}}(x-4) = 1$  을 만족시키는 실수  $x$  의 값을 구하시오. [3점]

22. 이차방정식  $x^2 - x - 1 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 하자. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_n = \frac{1}{2}(\alpha^n + \beta^n)$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^3 a_{3k}$  의 값을 구하시오. [4점]

23. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$  에 대하여 함수  $g(x)$  는

$$g(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$$

이다.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{x-1} = 2$  일 때,  $f(4)$  의 값을 구하시오. [4점]

24. 좌표평면 위에 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원  $C$ 와 두 점  $A(3, 3)$ ,  $B(0, -1)$ 이 있다.  
 실수  $t(0 < t \leq 4)$ 에 대하여  $f(t)$ 를 집합  
 $\{X \mid X \text{는 원 } C \text{ 위의 점이고, 삼각형 } ABX \text{의 넓이는 } t\}$   
 의 원소의 개수라 하자. 함수  $f(t)$ 가 연속하지 않은 모든  $t$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 두 집합  $X, Y$ 를

$$X = \{\{a_n\} \mid \{a_n\} \text{은 모든 항이 자연수인 수열이고, } \log a_n + \log a_{n+1} = 2n\},$$

$$Y = \{a_n \mid \{a_n\} \in X\}$$

라 하자. 집합  $Y$ 의 모든 원소의 합이  $p \times 100$ 일 때,  $p$ 의 값을 구하시오. [5점]

※ 확인사항

▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기 했는지 확인하시오.