

SOONGSIL UNIVERSITY

2022학년도 송실대학교 수시 논술고사 자료집 (문제·해설·모범답안 포함)

※ 본 자료집에 대한 저작권, 판권 등 지적재산권은 송실대학교의 소유입니다.
본교의 허가 없이 무단으로 이용(전재, 복사, 저장, 전송, 개작 등) 하는 것을 엄격히 금지합니다.

목 차

| | |
|-------------------------------------|-----|
| I. 2022학년도 논술고사 개요 | 1p |
| II. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(인문) | 5p |
| III. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(경상) | 19p |
| IV. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(자연1) | 31p |
| IV. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(자연2) | 45p |

I. 2022학년도 논술 개요

1. 모집시기: 수시

2. 모집계열: 전 계열

※ 일부 학과(부) 제외(2022학년도 기준): 기독교학과, 예술창작학부(문예창작전공, 영화예술전공), 스포츠학부, 건축학부(실내 건축전공), 융합특성화자유전공학부

3. 출제유형: "통합교과형" 중 "자료제시 논술형"

4. 개요

| 계열 | 출제 문제 수 | 답안 작성 분량 | 시험 시간 | 비고 |
|----------------|---------|--------------|-------|---|
| 인문 | 2 | 700자 / 800자 | 100분 | 검은색 필기구 사용 (볼펜, 연필, 사인펜 등) 각 문제별 소문항 있음 |
| 경상 | 2 | 800자 / B4 1면 | | |
| 자연(자연과학대, IT대) | 4 | B4 각 0.5면 | | |
| 자연(공과대) | | | | |

[인문]

- ① 답안 작성 시 검은색 필기구(연필·볼펜·사인펜 등)를 사용해야 하며, 검은색 외의 다른 유색 필기구를 사용할 경우 부정행위에 해당합니다.
- ② 답안을 수정하려면 연필의 경우 지우개로 지우고 작성하며, 기타 검은색 필기구의 경우는 수정할 부분을 두 줄로 긋고 그은 줄 위에 작성해야 합니다.(수정액 지참 및 사용 금지)
- ③ 답안의 작성은 우리말 문법과 원고지 사용 규칙을 따릅니다. 답안의 분량은 각 문제에서 정한 글자 수를 준수해야 하며, 정해진 글자 수를 초과하거나 충족하지 못한 경우 감점됩니다.
- ④ 각 문제의 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 하며, 작성한 문제의 답안이 해당 답란과 일치하지 않을 경우 답안은 무효 처리됩니다.
- ⑤ 제시된 문제의 일부 또는 전부를 답안지에 다시 옮겨 적지 말고, 답안의 내용을 구별하기 위한 목적으로 별도의 제목이나 번호를 달지 마시오.
- ⑥ 제시문의 일부 문장을 직접 인용할 경우 따옴표로 인용 표시를 해야 하며, 직접 인용의 경우 외에는 제시문의 문장을 그대로 옮겨 적지 마시오.
- ⑦ 답안지에 문제와 관련이 없는 불필요한 표지(標識)나 본인의 신분을 드러낼 수 있는 표현이 있을 경우 답안 전체가 무효 처리됩니다.

[경상]

- ① 답안지 작성 시 반드시 답란과 해당 문제가 일치해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리함)
- ② 답안지에 자신을 드러내는 표현을 쓰지 말 것.
- ③ 제시문의 문장을 직접 인용할 경우에는 인용 표시(" ")를 할 것.
- ④ 검은색 필기구(연필, 볼펜, 사인펜 등)만을 사용하여 답안을 작성할 것(그 이외 색 필기구는 부정행위에 해당)

[자연]

- ① 답안 작성 시 반드시 【문제 1】과 【문제 2】는 앞면에, 【문제 3】과 【문제 4】는 뒷면에 작성할 것. (지정한 면에 작성하지 않을 경우 '0'점 처리함.)
- ② 답안지에 논리적인 풀이 과정을 작성할 것.
- ③ 답안지에 자신을 드러내는 표현이나 표식을 하지 말 것.
- ④ 검은색 필기구(연필, 볼펜, 사인펜 등)만을 사용하여 답안을 작성할 것. (그 이외 색 필기구 사용은 부정행위에 해당함.)

II. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(인문)

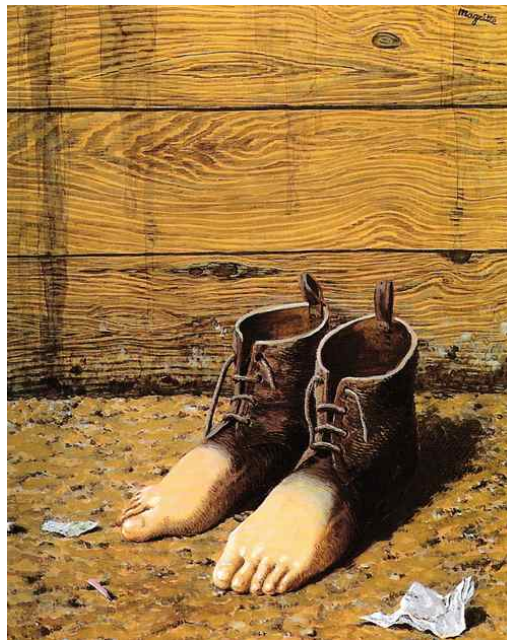
1. 출제문제

문제 1 제시문 【가】, 【나】, 【다】, 【라】를 두 입장으로 나누어 대조하고, 한 입장을 택하여 <보기 1>의 밑줄 친 ㉠의 물음에 답변하시오. (700±70자, 40점)

문제 2 <보기 2>는 현대 예술의 방법과 지향점을 논한 글이다. 밑줄 친 ㉡의 의미를 <보기 3>의 밑줄 친 ㉢의 관점과 관련지어 논술하되, 문제 1에서 선택한 한 입장과 【마】, 【바】, 【사】를 근거로 활용하시오. (800±80자, 60점)

<보기 1>

아래 그림은 르네 마그리트의 <붉은 모델>이란 작품이다. 이 작품을 통해 작가는 무엇을 표현하고자 하였을까? ㉠이 작품은 사람들이 감상할 만한 가치가 있는 것일까?



<보기 2>

로젠크란츠는 이전까지 미학사에서 배제되었던 추(醜)를 미학의 필수 요소로 생각한 미학자이다. 그는 어떤 것을 '아름답게' 만드는 것이 무엇인가에 답을 구하는 미학에, 어떤 것을 '추하게' 만드는 것이 무엇인가라는 질문을 끌어 올린다. 그는 비대칭, 부조화, 하찮음, 연약함, 비천함, 조야함, 졸렬함, 구역질나는 것, 추악함, 역겨움 등의 범주로 구성된 추의 체계를 제시하는데, 이는 작품, 사건 또는 행위의 추를 분석하는 개념적 도구가 된다.

오늘날 추는 더 이상 조화, 비례, 완전무결함으로 이해되는 미의 반대항이 아니다. 로젠크란츠의 선구적 이론과 이어지는 여러 미학자들의 노력으로 추는 미와 이성의 규범 아래 억압되었던 자유의 또 다른 이름이 되었다. 이제 ㉡현대 예술은 추를 통해 인간 삶의 본질과 진실을 추구하고 있다. 의식보다는 무의식을, 이성보다는 상상력을, 필연보다는 우연을, 균형보다는 파격을 내세우는 현대 미술가들은 이런 추의 개념을 적극적으로 받아들이고 있다.

<보기 3>

요한 하위징아라는 네덜란드 학자는 인간을 '호모 루덴스'라는 말로 표현하였다. 이는 '놀이하는 인간'이라는 뜻이다. 그러나 이때 놀이는 단순히 논다는 것이 아니라 상상력을 발휘하여 정신적인 창조활동을 즐길 줄 안다는 뜻이다. 하위징아에 따르면 인간은 문화 예술을 창조하며 다양한 놀이를 적극적으로 추구하는 존재이다. 하위징아는 놀이가 단순히 문화의 한 요소가 아니라 문화 그 자체가 놀이의 성격을 가지고 있다고 보았다.

우리는 진지함을 놀이의 반대 개념으로 생각하는 경향이 있다. 진지함을 표현하는 단어들은 주로 열성, 노력, 수고 등과 연관되어 있다. 하지만 진지함의 이러한 특성들은 놀이와 무관한 것이라 할 수 없다. 하위징아의 관점에 따르면, 놀이의 의미를 '진지하지 않음', '심각하지 않음'이라고 정의해서는 그 의미가 완전히 파악되지 않는다. ㉠ 놀이 개념 자체는 진지함보다 더 높은 질서 속에 있다. 왜냐하면 진지함은 놀이를 배제하려고 하는 반면, 놀이는 진지함을 잘 포섭하고 있기 때문이다.

제시문 【가】

마크 트웨인은 “허클베리 핀의 모험”을 통해 문학의 힘을 보여주면서 사람들에게 연민과 인종적 편견 사이의 갈등을 보여 주고자 했다.

어느 날 백인인 허크는 샬리 아주머니로부터 증기 보트의 폭발로 인명 피해가 있었느냐는 질문을 받았을 때, “사람은 하나도 다치지 않았습시다. 검둥이 하나가 죽었지만…….”하고 대답했다. 이에 대하여 샬리 아주머니는 “참, 때때로 사람들이 다치기도 하는데, 그런 점에서 이번 사고는 정말 다행이야.”라고 말했다.

이렇게 인종적 편견을 가진 허크도 도망친 흑인 노예 짐에 대한 동정심을 버릴 수 없었다. 허크는 결국 노예를 재산으로 취급하는 법에 따라 흑인 노예 짐이 있는 곳을 말해야 한다는 의무감과 짐을 생포하려는 사람들로부터 짐을 구하려면 거짓말을 해야 한다는 양심 사이에서 괴로워한다. 이러한 도덕적 모순 속에서 허크가 짐을 구하기 위해 양심을 지켰을 때 독자는 비로소 공감한다. 이처럼 예술은 우리에게 공감 능력을 함양하게 하여 우리가 도덕적 가치에 관심을 기울이게 한다.

제시문 【나】

어린이들은 때때로 별이 그들이 흔히 알고 있는 별표 모양으로 생겼다고 생각하지만 실제로는 그렇지 않다. 그림에서 하늘은 푸르려야 하고 풀은 초록색이어야 한다고 우기는 사람들은 이러한 어린이들과 조금도 다를 바 없다. 그런 사람들은 그림에서 다른 색채를 보면 화를 낸다. 그러나 그들이 마치 우주 탐험 여행 중에 다른 행성에서 돌아와 지구를 처음 대하는 것처럼 본다면, 우리는 주위의 사물들이 엄청나게 놀라운 다른 색채들을 지니고 있음을 발견하게 될 것이다. 본다는 것은 대상에 대한 시각적 인지만을 의미하지는 않는다. 그것은 대상의 형태, 구조, 질감, 명암 등 외적 특징과 자신의 생각이나 느낌, 상상력을 모두 동원해서 보는 것을 뜻한다.

진정한 예술가들은 눈앞의 대상을 재현하거나 모방하는 것에 만족하지 않는다. 참신한 상상력을 통해 세상을 새롭게 보려 하고 사람의 색은 살색이고 사과는 노랑거나 빨강다는 기존의 관념과 편견을 버리려고 애쓴다. 이러한 선입견을 버리기가 쉬운 일은 아니지만 일단 거기에 성공한 예술가들은 대단히 흥미롭게 새로운 작품을 만들어 낼 때가 많다. 이러한 예술가들은 우리들에게 미처 깨닫지 못했던 아름다움의 존재를 알려준다.

제시문 【다】

20세기에는 새로운 형식과 의미를 찾아 기존의 규범에 도전하는 예술 경향이 가속화되었다. 세계 대전의 영향으로 반(反)문명, 반(反)이성의 반(反)미술을 표방하며 기존의 미술 형식을 파괴하고 우연성을 강조하는 사조, 인간의 꿈과 환상 등 무의식의 세계를 탐구하는 사조, 즉흥적인 행위 자체의 과정에 초점을 두는 사조 등 예술의 본질적 성격에 대한 근본적 해답을 구하려는 예술들이 등장했다. 다양성의 시대로 불리는 현대에는 회화와 조각, 순수 미술과 대중 미술의 경계가 모호해지고 표현 공간과 내용이 확대되고 있다.

이처럼 현대 미술은 기존 개념과 소재가 지닌 고정관념을 깨고 장르 구분을 벗어나고자 함으로써 과거와 다른 새로움을 추구하려는 경향을 보인다. 새로운 생각의 표현은 현실이나 대상의 모방에서 나올 수 없다. 그것은 상상력을 통해 대상이나 주제를 어떻게 새롭게 바라볼 수 있는가라는 물음에서 출발하며, 이러한 물음에 대한 도전과 실

힘 정신이 미술의 개념을 변화·확장시킨다. 이것은 또한 시대를 살아가는 미술가의 의식을 반영하고 시대를 이끄는 힘으로 작용한다.

제시문 【라】

우리는 다른 장인(匠人)들도 감시하며 생물들의 그림, 조각, 건축, 다른 예술 작품에서 나쁜 성격과 무절제와 야비함과 추함을 그리지 못하게 막아야 하며, 우리의 이러한 지시를 따르지 못하겠다면 그들이 우리나라에서 장인으로 활동하는 것을 금지해야 하네. ……우리는 아름답고 우아한 것을 알아낼 수 있는 재능을 타고난 장인들을 찾아내야 하네. 그러면 우리 젊은이들은 건강한 환경에 살게 되어 혜택을 받을 것이네. 그들이 보고 듣는 모든 예술 작품이 몸에 좋은 곳에서 불어오는 미풍처럼 그들에게 좋은 영향을 주며, 어릴 때부터 곧장 자기도 모르는 사이에 아름다운 말투를 닮고 사랑하고 공감하도록 그들을 이끌어 줄 것이기 때문이네.

글라우콘, 시가(詩歌) 교육이 그토록 중요한 것은 다음 두 가지 이유 때문이 아닐까? 첫째, 리듬과 선법은 그 무엇보다 더 깊숙이 혼의 내면으로 침투하며 우아함을 가져다줌으로써 혼에 가장 큰 영향을 끼치네. 그것들은 누가 좋은 교육을 받았을 경우 그를 우아하게 만들고, 누가 나쁜 교육을 받았을 경우 그를 그와 반대되는 사람으로 만든다. 둘째, 이 분야에서 제대로 교육 받은 사람은 예술 작품이나 자연의 결점들을 가장 분명히 알아보게 될 것이네. 그러면 그는 그것들의 추함이 역겨워 아름다운 것들을 칭찬하고 반길 것이며, 아름다운 것들을 그렇게 혼 안으로 받아들이면 그 자신도 아름답고 훌륭해질 것이네.

제시문 【마】

근대 이후 지속되어 온 기계 문명의 발달은 인간의 삶마저 기계화하기도 한다. 기계를 설명하는 '스펙', '리셋' 등의 용어가 인간의 상황을 가리키는 말로 사용되기도 하는 것이 그 예이다. 바빠 살아가는 현대인의 감정은 점점 메말라 가고 있으며, 심지어 예술의 향유와 감동이 시대착오적이라고 여겨지는 경우도 있다. 현대사회에서 예술은 어떤 의미가 있을까?

백남준은 "예술은 사기다."라고 단언한다. 그는 "나는 퍼포먼스를 통해 여러 대의 바이올린과 피아노를 때려 부셨다. 피아노와 바이올린은 서양은 물론 동양에서조차 음악의 상징으로 이해되기 때문이며, 음악의 한계를 그것으로 고정시키기 때문이다."라고 말한다. 그는 예술이 고급화되는 정서에 반대하여 만인이 즐겨 보던 TV라는 대중 매체를 예술 형식으로 선택하면서도, "나는 또 TV를 통해 재미만을 찾으려는 사람들에게 부처의 모습과 달, 물고기, 컴퓨터 그래픽 등을 넣어 재미를 방해했다."라고 말했다. 그는 "전위예술은 한마디로 신화를 파는 예술이다. 자유를 위한 자유의 추구이며, 목적 없는 실험이기도 하다."라고 덧붙였다.

제시문 【바】

프란츠 카프카

오규원

-MENU-

| | |
|----------|-------|
| 샤를르 보들레르 | 800원 |
| 칼 샌드버그 | 800원 |
| 프란츠 카프카 | 800원 |
| 이브 본느프와 | 1000원 |
| 에리카 종 | 1000원 |
| 가스통 바슐라르 | 1200원 |
| 이하브 핫산 | 1200원 |
| 제레미 리프킨 | 1200원 |
| 위르겐 하버마스 | 1200원 |

시를 공부하겠다는
미친 제자와 앉아
커피를 마신다
제일 값싼
프란츠 카프카

제시문 【사】

미국의 한 현대 미술관 바닥에 안경 하나가 놓여 있었다. 어떤 이는 안경에서 심오한 의미를 찾으려고 했고, 어떤 이는 바닥에 무릎까지 꿇고 사진을 찍었다. 이 안경의 주인은 17세 소년 카야탄으로, 그는 “문득 현대 미술에 의문을 갖게 됐다.”라고 밝혔다. 장난기가 발동한 카야탄은 안경 하나를 미술관 바닥에 놓아 두었다. 그러자 얼마 후 관람객들이 안경을 ‘예술품’으로 대하기 시작했다. 잠시 후, 사람들이 안경 앞에 모이더니 안경을 감상하거나 사진을 찍기 시작했다. 사진을 찍는 사람들도 점점 더 늘어났다.



2. 문제해설

가. 문제1

출제 의도

1. 문제 1은 예술을 보는 서로 다른 입장의 차이를 파악하고 이것을 실제 그림의 해석에 적용할 수 있는가를 묻는 문제이다.
2. 예술에서 도덕적 가치를 중시하는 입장과 새로움의 가치를 강조하는 입장의 핵심을 요약하고 양자의 차이점을 적절하게 서술할 수 있어야 한다.
3. <보기 1>의 마그리트의 그림은 기존의 관념에 의문을 던지며, 현실적이면서 동시에 비현실적인 세계를 보여주는 작품이다. 예술에서 상상력과 도전을 중시하는 입장을 택하여 이 그림이 가치가 있는 이유를 설명할 수 있는가를 묻고 있다.
4. 문제 해결의 요점은 ① 각 제시문을 단순히 설명하는 것이 아니라 두 범주로 나누고 두 입장의 차이를 대조하여 서술했는가, ② 각 제시문에서 주장의 핵심을 담은 주요 개념을 추출하여 이를 바탕으로 입장의 차이를 명확하게 서술했는가, ③ 실험적 가치를 중시한 입장을 택하여 보기1의 그림의 가치를 적절하게 설명했는가 이다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | | | 과목명 |
|------------|-------|---|--------|
| 관련 성취기준 | 성취기준1 | 교과명: 도덕과 공통 교육과정의 '도덕'에서 학습한 도덕적 판단과 실천 능력을 토대로 학생들의 윤리적 인식과 탐구 능력을 심화시키고, 이를 활용하여 현대 생활에서 제기되는 제반 윤리적 문제를 바르게 이해하고 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. | 생활과 윤리 |
| | 성취기준2 | 교과명: 국어과 글의 의미를 구성하는 과정으로서 독서의 특성을 이해하고, 상황에 맞는 독서방법을 적용하여 글을 읽으며 의미를 능동적으로 구성할 수 있다. | 국어 |
| | 성취기준3 | 교과명: 국어과 시대, 지역, 문화 요인을 고려하며 고전에 담긴 지혜와 통찰을 바탕으로 자아와 세계를 이해한다. 고전을 통해 알게 된 사실과 깨닫게 된 점을 바탕으로 삶의 다양한 문제에 대처할 수 있는 교양을 함양한다. | 고전읽기 |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-----------|-------|-----------|-------|----------|
| 고등학교 교과서 | 미술 감상과 비평 | 박재희 외 | 미진사 | 2021년 | 15, 29쪽 |
| | 미술 감상과 비평 | 조익환 외 | 씨마스 | 2021년 | 108쪽 |
| | 생활과 윤리 | 정창우 외 | 미래엔 | 2018년 | 229쪽 |
| | 생활과 윤리 | 차우규 외 | 금성출판사 | 2020년 | 150~151쪽 |
| | 고전 | 정민 외 | 해냄에듀 | 2018년 | 256쪽 |
| | 미술 문화 | 이주연 외 | 금성출판사 | 2018년 | 104~105쪽 |
| 기타 | 논술과 면접 | - | 대성학력개발연구소 | 2020년 | 172쪽 |

문항 해설

<보기 1>은 『미술 감상과 비평』 교과서에 실린 마그리트의 「붉은 모델」이란 그림이다. 이 작품은 몸이면서 몸이 아닌 구두의 형상을 통해 지극히 일상적이면서 동시에 비현실적인 세계를 보여주고 있다. 감상자는 익숙하지만 낯설기도 한 이러한 이미지가 전달하려고 하는 의미는 무엇일까라는 물음을 던지게 된다. 이러한 물음을 통해 감상자는 익숙한 일상에 의문을 던지고, 기존의 관념에서 벗어나 새로운 세계를 생각해 볼 수 있게 된다.

제시문 【가】는 『생활과 윤리』 교과서에 실린 글로, 마크 트웨인의 “허클베리 핀의 모험”의 주요 내용을 소개하고 그것에 담긴 미적 태도를 설명하고 있다. “허클베리 핀의 모험”은 인간적 연민과 인종적 편견 간의 갈등 상황을 제시하여 인물에 대한 공감을 자연스럽게 이끌어 낸다는 점이 드러나 있다. 예술은 공감 능력을 키워줌으로서 도덕적 가치에 대한 관심을 이끌어낸다는 관점이 드러난 글이다.

제시문 【나】는 『고전』 교과서에 실린 고프리치의 『서양미술사』의 일부를 문제의 문맥에 맞게 변형한 글이다. 예술가들은 현실이나 대상을 있는 그대로 재현 혹은 모방하는 것에 만족하지 않는다. 그들은 기존의 관념에 만족하지 않고 상상력을 통해 세상을 새롭게 보려고 도전하는 사람들로, 이들의 노력을 통해 우리가 알지 못했던 새로운 세상을 드러낸다는 것이 핵심적 내용이다.

제시문 【다】는 『미술 문화』와 『미술 감상과 비평』 교과서에 실린 글을 문맥에 맞게 변형한 글로, 오늘날의 미술이 지닌 특징과 방향을 개괄적으로 설명하고 있다. 시대를 바꾼 미술가들은 전통과 관습에 고전하여 새롭고 실험적인 사고를 미술에 도입하는데 이러한 시도는 다양한 사조로 나타난다. 20세기 예술이 보여준 새로움을 추구하는 경향은 미술의 개념을 변화시키고 확장시키는 역할을 했음을 제시문은 지적하고 있다.

제시문 【라】는 플라톤의 도덕적 예술관이 소개된 『생활과 윤리』 교과서의 일부이다. 플라톤에 따르면 예술을 통해 미적 세계를 접하면 추하고 나쁜 성향이 정화되어 영혼이 아름다워질 수 있다. 즉 아름다운 예술은 인간을 도덕적이고 아름답게 만드는 반면 무절제하고 추한 예술은 나쁜 영혼을 만들기 때문에 나쁜 예술을 만드는 사람을 국가에서 추방해야 한다고 주장하고 있다. 플라톤의 예술관은 예술에서는 도덕적 가치가 가장 중요하다는 점을 지적한 대표적 사례이다.

<답안 작성의 요점>

1. 제시문 【가】, 【나】, 【다】, 【라】를 상반된 두 입장으로 나누기

㉠ 예술에서 도덕적 가치를 중시하는 입장

【가】: 예술이 우리의 공감 능력을 키워 도덕적 가치에 관심을 기울이게 한다는 점

【라】: 예술이 영혼에 긍정적 영향을 미쳐 추함(무절제, 야비함)을 멀리하고 미를 추구하게 한다는 점

㉡ 예술에서 상상력, 실험, 도전을 중시하는 입장

【나】: 예술이 대상의 재현에 만족하지 않고 상상력을 통해 세상을 새롭게 보려는 시도라는 점

【다】: 현대 예술이 도전과 실험 정신을 통해 세상을 새롭게 보고 새로운 지각 방식을 다양한 방식으로 표현해 왔다는 점

2. 상상력(도전, 실험)을 중심하는 입장에서 ㉠이 물음에 답하기

㉠ 마그리트 그림의 특징 이해

⇒ 일상적 대상인 구두를 사실 그대로 재현한 것이 아니라 낯설고 기이한 형식으로 제시

⇒ 몸과 구두의 관계, 더 나아가 대상의 의미, 인간 삶의 의미에 대해 새롭게 생각하게 하는 글

㉡ 감상할 만한 가치가 있다는 입장(제시문 【나】, 【다】)에서 설명하기

⇒ 몸의 일부인 발과 몸이 아닌 구두를 하나의 형상으로 만든 상상력의 힘

- ⇒ 몸과 몸이 아닌 것을 이분법적으로 보는 관습적 사고에 대한 도전, 새로운 사고 실험을 유도
- ⇒ 대상과 세상을 새롭게 보게 만든다는 점에서 감상할 가치가 있음

채점 기준

| 구분 | 평가기준 | 평가 초점 |
|--------------------|------|--|
| 차이 대조와 답변 작성 | 1 | 제시문을 [가][라] / [나][다]로 나누어 입장의 차이를 설명했는가 여부 |
| | 2 | 마그리트 그림의 특징을 이해했는가 여부 |
| | 3 | <보기 1>의 그림을 이해하고 <보기 2>의 밑줄 친 물음에 대한 답변을 [나], [다]를 활용하여 작성했는가 여부 |

| 평가기준 | 평가 세부 내용 |
|------|--|
| 1 | ① [가][라]/[나][다]로 나누기: 예술에서 도덕의 가치 중시/상상(실험, 도전)의 가치 중시 ② [가], [라] : 예술에서 도덕의 가치 중시: 공감능력의 함양을 통한 도덕성 배양 [나], [다] : 예술에서 상상(도전, 실험)의 가치 중시 |
| 2 | 마그리트 그림에 대한 이해 ⇒ 현실을 그대로 재현하거나 모방한 그림이 아니고 현실적 측면과 비현실적 측면이 공존하는 낯선 그림 ⇒ 상상력, 도전, 실험에 기초하고 있는 그림 |
| 3 | 감상할 만한 가치가 있는 입장: [나]와 [다] ㉠ [나]의 활용 : ⇒ 예술은 상상력을 통해 기존의 관념과는 다르게 세상을 본다는 것 ⇒ 마그리트의 그림은 새로운 상상력으로 익숙하면서 동시에 낯선 세계를 보여준다는 것 ㉡ [다]의 활용 ⇒ 현대 미술은 주제를 어떻게 새롭게 바라볼 수 있는가라는 물음에서 출발한다는 것 ⇒ 주제에 대한 새로운 인식을 기존의 개념과 구별되는 새로운 방식으로 표현한다는 것 ㉢ 보기 1은 몸과 몸이 아닌 것을 이분법적으로 보는 관습적 사고에 대한 도전하는 그림 ⇒ 몸과 구두의 관계, 일상적 대상과 삶의 의미에 대해 새롭게 생각하게 하는 그림 |

| 등급 | 구분 기준 |
|----|--|
| 1 | 평가기준1,2,3,4,5를 모두 충족하고 문장표현, 논리구조에 문제가 없는 경우 (부분적으로 누락, 오류, 비문 등 부족한 정도에 따라 1,2등급 분류) |
| 2 | |
| 3 | 평가기준1을 충족했지만 평가기준2,3,4,5 중 일부만 충족한 경우 (평가기준2,3,4,5 중 더 많이 충족할 경우 높은 등급 부여) |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | 평가기준1의 충족이 다소 미흡하고 평가기준2,3,4,5가 현저하게 부족한 경우 (부분적으로 누락, 오류, 비문 등 부족한 정도에 따라 6,7등급 분류) |
| 7 | |
| 8 | 평가기준1,2,3,4를 모두 충족하지 못한 경우 (답안지 작성 규정 위반을 포함하여 전체적으로 현저하게 부족한 경우 9등급) |
| 9 | |

예시 답안

제시문 【가】, 【나】, 【다】, 【라】는 예술에서 도덕과 상상력 중 무엇을 중시하는가에 따라 두 입장으로 나눌 수 있다.

우선 【가】, 【라】는 예술의 도덕적 가치를 중시하는 입장이다. 【가】는 마크 트웨인의 작품을 예로 들어 예술이 공감 능력의 함양을 통해 도덕에 대한 관심을 키울 수 있음을 지적한다. 【라】 또한 예술이 조화의 아름다움을 사랑하도록 감상자를 유도함으로써 도덕적으로 긍정적 영향을 줄 수 있음을 강조한다.

이에 반해 【나】, 【다】는 예술에서 상상력과 도전, 실험의 가치를 중시하는 입장이다. 【나】는 예술가들이 상상력을 통해 기존의 관념에서 벗어나 새로운 세상을 경험케 한다는 점을 말한다. 관습에 대한 도전을 통해 세상을 새롭게 보고 그것을 다양한 방식으로 표현해 왔음을 지적한 【다】 역시 【나】와 맥을 같이 한다.

두 입장을 비교해 볼 때 <보기 1>의 그림을 감상할 가치가 있는 것으로 보는 입장은 【나】와 【다】이다. 마그리트의 그림은 일상적 대상을 사실 그대로 모방한 것이 아니라 낯설고 기이한 형식으로 제시한다. 감상자는 그림을 통해 몸과 구두의 관계, 더 나아가 대상의 의미, 인간 삶의 의미에 대해 새롭게 생각하게 된다. 이것은 예술이 참신한 상상력을 통해 현실을 새롭게 바라볼 수 있게 한다는 것을 보여준다.

요컨대 상상력을 통한 도전·실험, 낯설지만 새로운 표현 방식의 중요성을 강조하는 【나】, 【다】는 마그리트의 그림이 감상할 가치가 있다고 답할 것이다.(724자)

나. 문제2

출제 의도

1. 문제 2는 제시문을 통해 현대 예술의 지향점과 표현 방법을 이해하고 실제 사례를 통해 이것을 적절하게 설명할 수 있는가를 묻는 문제이다.
2. 문제 2에서는 <보기 2>에 나타난 추의 미학의 특징을 파악하는 것이 우선적으로 중요하다. 현대 미술은 미와 이성이 중시되던 이전의 미학과 달리 추를 통해 삶의 진실을 추구한다는 점을 정확히 이해해야 문제를 해결할 수 있다.
3. 문제 해결의 요점은 <보기 2>에 설명된 추의 미학을 놀이와 진지함의 관계를 설명한 <보기 3>의 관점과 연결하여 해석하고 제시문 【마】, 【바】, 【사】에서 근거를 찾아 현대 예술의 방법과 지향점을 설명할 수 있는가이다.
4. 제시문 【마】, 【바】, 【사】는 '추'의 미학의 구체적 사례이다. 이것은 놀이인 동시에 놀이 이상의 진지한 의미를 담고 있다. 제시문을 놀이와 진지함의 관계를 중심으로 해석하고, 제시문의 사례들이 추의 방법을 통해 추구하는 삶의 본질과 진실이 무엇인가를 조리있게 설명할 수 있어야 한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | | | 관련 |
|------------|----------|--|--------|
| 관련 성취기준 | 과목명: 도덕과 | | 관련 |
| | 성취기준1 | 공통 교육과정의 '도덕'에서 학습한 도덕적 판단과 실천 능력을 토대로 학생들의 윤리적 인식과 탐구 능력을 심화시키고, 이를 활용하여 현대 생활에서 제기되는 제반 윤리적 문제를 바르게 이해하고 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. | 생활과 윤리 |
| 관련 성취기준 | 과목명: 국어과 | | 관련 |
| | 성취기준2 | 글의 의미를 구성하는 과정으로서 독서의 특성을 이해하고, 상황에 맞는 독서방법을 적용하여 글을 읽으며 의미를 능동적으로 구성할 수 있다. | 국어 |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|--------|-----------|-------|-------|----------|
| 고등학교 교과서 | 생활과 윤리 | 정창우 외 11명 | 미래엔 | 2018년 | 229쪽 |
| | 생활과 윤리 | 차우규 외 | 금성출판사 | 2020년 | 150~151쪽 |
| | 국어 | | 상문연구사 | 2018년 | 336쪽 |

문항 해설

<보기 2>는 로젠크란츠의 추의 미학을 설명하는 글로 『미술 감상과 비평』 교과서의 설명을 문제의 맥락에 맞게 변형한 것이다. 과거의 미학이 미와 이성의 규범에 치중해 왔다면, 현대의 미학은 미학에 추의 요소를 도입한다. 기존의 시각에서 보았을 때 추의 미학은 기괴한 실험이나 장난으로 보일 수 있다. 그러나 과거에는 기피의 대상이었던 부조화, 비대칭, 추악함 등을 통해 현대 미술은 이전과는 다른 방식으로 삶의 본질과 진실을 추구하고 있음을 지적하고 있다.

<보기 3>은 하위징아의 '놀이하는 인간' 개념을 소개한 『사회 문화』 교과서의 글에 『호모 루덴스』의 일부를 추가

한 글이다. 하위징아는 문화 자체가 놀이의 성격을 있다고 보고 창조 활동이 인간의 본질이라고 말한다. 우리는 보통 놀이를 진지함의 결여라 생각하고 놀이와 진지함을 모순적 관계로 보는 경향이 있다. 그러나 놀이는 진지함을 포섭하고 있다는 점에서 진지함보다 더 높은 질서 속에 있음을 이 글은 강조하고 있다.

제시문 【마】는 『생활과 윤리』 교과서에서 뽑은 글로 백남준 예술의 특징과 지향점을 설명하고 있다. 백남준은 다양한 퍼포먼스를 통해 전통적 의미의 미와는 거리가 먼 파격적인 행위 예술을 선보인다. 이것은 세인의 이목을 끌기 위한 장난으로 보이기도 한다. 그러나 그의 파격은 기존 예술의 한계를 깨닫게 하는 동시에 감상자들이 재미만을 추구하는 태도에서 벗어날 것을 요구하는 진지함도 담은 행위이다. 마지막 문장을 통해 백남준에게 예술은 궁극적으로 자유를 추구하는 행위라는 점을 드러내고 있다.

제시문 【바】는 『국어』 교과서에 수록된 오규원의 ‘프란츠 카프카’ 전문이다. 이 시는 이른바 전통적인 의미의 ‘시적(詩的)’인 것과는 거리가 먼 메뉴판을 활용한다. 시인이나 사상가의 이름 옆에 가격이 붙어 있다. 이 시는 일상의 사물인 메뉴판 형식을 차용하여 작가나 사상가마저 교환가치의 하나로 만드는 물질주의 사회를 비판하고 있다. 이러한 비판 이면에는 현재의 물질주의 사회가 우리가 추구하는 사회일까라는 비판과 물음이 숨어 있다.

제시문 【사】는 『생활과 윤리』 교과서의 일부로, 현대 미술관에서 우연히 일어났던 ‘장난’ 혹은 실험과 그 결과를 소개하고 있다. 실험의 주인공은 현대 미술에 대한 의문을 가지고 장난기가 발동하여 안경을 미술관 바닥에 놓는다. 관람객들은 이것을 전시물로 착각하고 예술품처럼 대하기 시작하고 더 많은 사람들이 모여 그것을 감상하는 일이 벌어진다. 이것은 장난기로 시작된 놀이이면서, 단순한 놀이의 차원을 넘어 예술의 개념과 예술 감상의 태도에 대한 근본적인 성찰을 유도하고 있다.

<답안 작성의 요점>

1. <보기 2>의 ㉠과 <보기 3>의 ㉡의 연결

- ㉠ <보기 2>는 현대 예술의 방법과 지향점을 논한 글
 - ⇒ 현대 예술의 방법론: 추(부조화, 비대칭, 파격, 하찮음, 비천함)
 - ⇒ 현대 예술의 지향점: 삶의 본질과 진실을 추구하는 것
- ㉡ <보기 3>은 놀이와 진지함의 관계를 설명한 글
 - ⇒ 전통적 관점(조화, 균형)에서 보았을 때 추(부조화, 파격)의 방법은 놀이나 장난 정도로 보일 수 있음
 - ⇒ 놀이는 진지함을 포섭하기 때문에 진지함보다 더 높은 질서에 속해 있다는 것
 - ⇒ 이때의 진지함은 현대 예술이 추구하는 ‘삶의 본질과 진실’로 볼 수 있음

2. 제시문 【마】, 【바】, 【사】의 활용

제시문 【마】, 【바】, 【사】에서 ‘놀이’의 측면과 ‘진실’ 추구의 측면을 발견해서 설득력 있게 설명할 수 있는가가 문제 해결의 관건

- ㉠ 제시문 【마】의 활용
 - ⇒ 방법: 파괴의 퍼포먼스, 이것은 일종의 ‘장난’이고 ‘사기(詐欺)’
 - ⇒ 삶의 본질과 추구: 억압으로 작용하는 고정된 틀을 깨고 자유를 추구하는 행위
- ㉡ 제시문 【바】의 활용
 - ⇒ 방법: 메뉴판이라는 일상적 소재를 차용, 이것도 놀이의 일종
 - ⇒ 삶의 본질과 진실 추구: 물질주의의 만연을 비판하며 우리가 지향하는 사회는 무엇일까라는 물음을 제기
- ㉢ 제시문 【사】의 활용
 - ⇒ 방법: 미술관 바닥에 안경을 놓는 실험, 장난의 일종
 - ⇒ 삶의 본질과 진실 추구: 예술의 개념과 예술 감상의 태도에 대한 성찰을 야기하는 행위

| 구분 | 평가 기준 | 평가 초점 |
|-----------------|-------|------------------------------------|
| <보기2>의 ㉠의 의미 | 1 | <보기 3>의 ㉠의 관점과 관련하여 ㉠을 이해했는가 여부 |
| | 2 | <보기 2>의 ㉠을 설명할 때 [마]를 근거로 활용했는가 여부 |
| | 3 | <보기 2>의 ㉠을 설명할 때 [바]를 근거로 활용했는가 여부 |
| | 4 | <보기 2>의 ㉠을 설명할 때 [사]를 근거로 활용했는가 여부 |

채점 기준

| 평가기준 | 평가 세부 내용 |
|------|--|
| 1 | ㉠과 ㉠의 관점을 관련 짓기 ① 현대 예술의 방법: 추(파격, 부조화, 하찮음, 조야함) ② 추의 방법은 놀이의 형태로 나타남: 놀이는 진지함을 포함한 개념 ③ 현대 예술에서 진지함의 의미: 삶의 본질과 진실에 대한 탐구 |
| 2 | [바]: ① 백남준의 실험은 부조화, 파격(악기의 파괴)⇒추의 방법 ② 백남준의 파격은 장난 이상의 진지함을 내포한다는 점 ③ 예술은 더 높은 자유를 추구하는 행위 |
| 3 | [사]: ① 방법: 부조화(메뉴판의 차용)⇒추의 방법 ② 메뉴판의 차용은 놀이이면서 진지함을 내포 ③ 예술의 상업화와 물질주의의 만연에 대한 비판 |
| 4 | [아]: ① 방법: 우연, 파격(안경 놓기)⇒추의 방법 ② 안경 놓기는 장난에 그치지 않고 진지한 문제제기를 담고 있음 ③ 예술의 개념과 감상 태도에 대한 근본적 성찰을 요구 |

| 등급 | 구분 기준 |
|----|---|
| 1 | 평가기준1,2,3,4,5를 모두 충족하고 문장표현, 논리구조에 문제가 없는 경우 |
| 2 | (부분적으로 누락, 오류, 비문 등 부족한 정도에 따라 1,2등급 분류) |
| 3 | 평가기준1을 충족했지만 평가기준2,3,4,5 중 일부만 충족한 경우 (평가기준2,3,4,5 중 더 많이 충족할 경우 높은 등급 부여) |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | 평가기준1의 충족이 다소 미흡하고 평가기준2,3,4,5가 현저하게 부족한 경우 (부분적으로 누락, 오류, 비문 등 부족한 정도에 따라 6,7등급 분류) |
| 7 | |
| 8 | 평가기준1,2,3,4를 모두 충족하지 못한 경우 (답안지 작성 규정 위반을 포함하여 전체적으로 현저하게 부족한 경우 9등급) |
| 9 | |

예시 답안

<보기 2>에 따르면 전통적으로 예술은 미와 이성을 중시했으나 현대 예술은 추와 상상력에 큰 가치를 부여한다. ㉠의 관점을 참고하면 현대 예술이 보여주는 '추'가 무엇이고, 추의 방법론으로 어떻게 삶의 본질과 진실을 추구하는가를 잘 이해할 수 있다.

조화, 균형을 중시하는 기존의 예술관에서 보았을 때 추의 방법은 단순한 장난이나 놀이처럼 보일 수 있다. 그러나 ㉔에 따르면 놀이는 진지함을 포괄하는 더 높은 질서 안에 있다. 이때의 더 높은 질서란 현대 예술이 추구하는 삶의 본질과 진실이라 할 수 있다. 제시문 【마】, 【바】, 【사】는 현대 예술에 나타난 추의 방법론과 현대 예술의 지향점을 구체적으로 보여준다.

【마】는 백남준의 실험 예술을 소개한다. 백남준의 예술은 부조화와 파격에 기초한다는 점에서 추의 방법론에 해당한다. 백남준의 실험은 장난으로 보이기도 하지만 그것은 놀이인 동시에 진정한 자유의 추구를 요구하는 진지함을 내포하고 있다.

【바】의 시는 '시적' 소재와는 거리가 먼 메뉴판을 활용하고 있다. 기존의 시적 관행에서 보자면 이것은 일종의 파격이다. 이 시는 이러한 파격을 통해 시인이나 사상가마저 교환가치로 만드는 물질주의 사회를 비판하면서 더 인간다운 삶이 무엇인지 묻고 있다.

【사】는 미술관 바닥에 안경을 놓고 반응을 관찰한 실험에 관한 것이다. 이 실험은 '장난기'의 발로이지만 그 이상의 의미가 있다. 실험을 보며 우리는 예술과 예술 아닌 것의 차이는 무엇일까, 나는 예술을 제대로 감상하고 있을까라는 물음을 통해 삶과 예술의 관계에 관해 성찰하게 된다.

요컨대 현대 미술을 추의 방법을 통해 파격과 부조화를 경험케 함으로써 삶의 본질과 진실에 새로운 방식으로 다가가려 한다고 할 수 있다.(849자)

III. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(경상)

1. 출제문제

문제 1 제시문 [가], [나], [다]를 읽고 각 문항에 답하시오. (800±80자, 50점)

[가] 국제유가가 최고치를 기록하면서 연일 상승세를 이어가고 있다. 세계은행(World Bank)은 코로나19 백신 보급과 한국, 미국, 유럽, 중국 등 주요국의 경기부양책에 따라 석유사용량이 증가할 것으로 예측했다. 석유수출국기구(OPEC)는 OECD 국가들의 석유재고가 지난 해 감소했고, 앞으로도 추가적인 감소가 예상된다고 밝혔다. 한편, 탄소 중립 정책 강화로 석유수출국기구의 석유 시설에 대한 투자가 위축될 것으로 예상된다.

[나] 농수산식품유통공사에 따르면, 대파의 kg당 가격이 작년 대비 5,000원에서 6,000원으로 20% 상승하였다고 한다. 이는 코로나19와 한파의 영향 때문이다. 올해 농촌진흥청의 발표에 따르면, 외식 소비는 대폭 감소하였지만 가정 내 식품 소비는 증가하여 가격탄력성이 낮은 대파의 소비량은 오히려 증가했다. 한편, 우리나라 대파 생산의 97%를 차지하는 전남지역에서는 유례없는 한파와 폭설로 대파 농가들의 파종이 늦어졌고, 작황도 나빠졌다. 하지만, 소도시 A의 대파 시장에서 균형 거래량은 10,000kg으로 전년도 대비 차이가 없었다.

[다] 소비자 잉여는 각 소비자가 그 상품을 구매하기 위해 최대로 지불할 용의가 있는 금액에서 실제 지불한 금액을 뺀 차액이다. 생산자 잉여는 각 생산자가 그 상품을 판매하면서 실제로 받은 금액에서 최소한 받고자 하는 금액을 뺀 차액이다. 사회적 잉여는 소비자 잉여와 생산자 잉여의 합이다.

[문항 1] 제시문 [가], [나]를 읽고 시장가격이 상승하게 된 원인을 재화별로 각각 서술하시오.

[문항 2] 제시문 [나]를 읽고 다음의 질문 (1), (2)에 답하시오.

- (1) 소도시 A의 대파 생산자 판매수입의 전년대비 변화금액을 제시하고 그 근거를 서술하시오.
- (2) 만약 코로나19가 발생하지 않아 대파 수요에 변화가 없었고 작황만 나빠졌다면, 대파 생산자의 판매수입은 전년대비 어떻게 변화하는지 서술하시오.

[문항 3] 제시문 [나], [다]를 읽고 질문 (1), (2), (3)에 답하시오.

- (1) 만약 코로나19가 발생하지 않아 대파 수요에 변화가 없었고 작황만 나빠졌다면, 소비자 잉여는 전년대비 어떻게 변화하는지 서술하시오.
- (2) 코로나19의 영향이 반영된 소도시 A의 대파 수요함수는 $Q_D = 13,000 - 0.5 \times P$, (P : 가격)이다. 생산자의 공급함수도 선형함수이다. 소도시 A의 대파 가격이 6,000원으로 결정되었을 때 소비자 잉여를 제시하시오. 만약 소도시 A가 5,000원으로 가격 상한제를 시행한다면, 대파 생산자는 9,000kg만을 공급하고자 한다. 가격 상한제가 시행된다면, 소비자 잉여는 얼마나 변화하는지 제시하시오.
- (3) 만약 정부나 지방자치단체가 가격 하한제를 시행한다면, 사회적 잉여는 시장 균형 상황과 비교하여 어떻게 변화하는지 구체적으로 서술하시오.

문제 2 제시문 [가], [나], [다]를 읽고 각 문항에 답하시오.

(50점)

[가] 자원 희소성 때문에 자원의 사용에는 반드시 대가가 발생하므로 의사결정자는 수익과 비용을 모두 고려하여 합리적 선택을 해야 한다. 현금 자원의 사용 대가를 이자라고 하며, 돈(원금)을 빌리는 사람은 빌린 금액에 이

자를 더한 금액을 갚아야 한다. 이자는 이자율에 따라 결정되므로 연이자율(1년 이자율)이 r 이고 빌린 돈(원금)이 a 인 경우, 1년 후 지급해야 하는 이자는 $a \times r$ 이고, 원금과 함께 지급해야 하는 총금액은 $a(1+r)$ 이다. 그리고 복리계산법을 적용한다면 n 년 후에 갚아야 할 총금액은 $a_n = a(1+r)^n$ 이다.

[나] 확률은 사건이 일어날 가능성을 수치화한 것으로 의사결정을 위한 중요한 도구로 활용된다. 미래에 어떤 일이 일어날 가능성을 수치로 계산할 수 있기 때문에 불확실한 상황에서 문제 해결을 위한 합리적 판단에 도움을 줄 수 있다. 한편, 조건부확률은 어떤 사건이 먼저 일어난 후, 다른 사건이 일어날 확률이다. 두 사건이 서로 독립이 아닌 경우에는 조건부확률을 이용하면 어떤 사건이 일어났을 때 다른 사건이 일어날 가능성을 보다 정확하게 예측할 수 있다.

[다] 청년 김씨는 피자가게 창업 또는 택배사업 창업을 놓고 고민 중이다. 피자가게를 창업할 경우, 피자를 굽는 기계를 구입해야 하며 이를 위해 은행에서 연이자율 10%(복리조건)로 돈을 빌려야만 한다. 이자와 원금은 2년 후에 한꺼번에 갚아야 하며 그 금액은 6,050,000원이다. 피자의 개당 판매가격은 15,000원이고, 피자 한 개를 판매할 때마다 재료비 등으로 10,000원의 비용이 발생한다. 그리고 빌린 돈에 대한 연이자율은 판매량과 관련이 없는 고정비용이다. 한편, 택배사업을 창업할 경우, 택배 한 건당 배송료 2,000원을 받을 수 있으며, 배송을 위해 필요한 트럭은 1년에 1,000,000원을 지급하는 조건으로 빌려 쓸 수 있다. (두 사례 모두 다른 추가비용은 없는 것으로 가정한다)

[문항 1] 제시문 [가], [다]를 읽고 답하시오. 청년 김씨가 피자가게를 창업한다면 구입해야 하는 기계의 가격은 얼마인지 제시하고, 첫 해에 5,000,000원의 이익(수익-비용)을 얻기 위해서 판매해야 하는 피자의 수량도 제시하시오.

[문항 2] 제시문 [나]를 읽고 답하시오. 청년 김씨가 피자가게 또는 택배사업을 창업할 확률은 각각 50%이다. 그리고 창업컨설팅 업체에 따르면 청년 사업가가 피자가게 창업에서 성공할 확률은 10%, 택배사업에서 성공할 확률은 30%라고 한다. 만약 청년 김씨가 사업에서 성공한다면, 피자가게 창업을 통해 성공할 확률과 택배사업 창업을 통해 성공할 확률은 얼마인지 각각 제시하시오.

[문항 3] 제시문 [가], [나], [다]를 읽고 답하시오. 청년 김씨는 합리적 의사결정을 위해 창업컨설팅 업체로부터 다음 <표 1>, <표 2>와 같은 경제 상황별 피자 판매량과 택배 건수에 대한 조건부확률을 구했다.

<표 1>

| 상황 \ 피자 판매량 | 불황 | 보통 | 호황 |
|-------------|-----|-----|-----|
| 1,000개 | 50% | 20% | 20% |
| 2,000개 | 30% | 50% | 30% |
| 3,000개 | 20% | 30% | 50% |

<표 2>

| 상황 \ 택배 건수 | 불황 | 보통 | 호황 |
|------------|-----|-----|-----|
| 3,000건 | 20% | 20% | 50% |
| 4,000건 | 30% | 50% | 30% |
| 5,000건 | 50% | 30% | 20% |

경제가 불황일 확률은 30%, 보통일 확률은 50%, 호황일 확률은 20%일 때, <표 1>, <표 2>에 제시된 조건부확률을 이용하여 사업 첫 해에 기대되는 이익을 각 사업별로 구분하여 제시하시오.

2. 문제해설

가. 문제1

출제 의도

1. 경제의 기본개념 이해: 수요와 공급의 법칙, 국가 경제 전체의 총수요와 관련된 투입요소 수요의 변화, 수요와 공급곡선의 이동 원인. 사회적 잉여 개념, 가격상한제 등 정부의 가격규제와 사회적 잉여 손실에 대한 총괄적 이해
2. 논리적 추론: 수요의 가격탄력성과 판매수입의 관계에 대한 이해
3. 수학적 도출: 소비자 잉여, 생산자 잉여, 사회적 잉여에 대한 개념을 응용하여 사례가 주어질 때 값을 산출할 수 있는 수리적 능력을 파악함

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 과목명: 경제 | | 관련 |
|------------|---------|--|------------|
| 관련 성취기준 | 성취기준1 | [12경제02-01] 시장 가격의 결정과 변동 원리를 이해하고, 수요와 공급의 원리를 노동 시장과 금융 시장 등에 적용한다. | 문항1 |
| | 성취기준2 | [12경제02-02] 경쟁 시장에서 결정된 시장 균형을 통해 자원 배분의 효율성(총잉여의 극대화)이 이루어짐을 이해한다. | 문항2 문항3 |
| | 성취기준3 | [12경제02-03] 경쟁의 제한, 외부 효과, 공공재와 공유 자원, 정보의 비대칭성 등 시장 실패가 나타나는 요인을 파악한다. | 문항3 |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-----|----------|------|------|-----------|
| 고등학교 교과서 | 경제 | 박형준 외 5 | 천재교육 | 2019 | 52-89 pp. |
| | 경제 | 김정호, 안병근 | 씨마스 | 2020 | 53-89 pp. |
| | 경제 | 허수미 외 6 | 지학사 | 2020 | 48-89 pp. |

문항 해설

[문항 1]

- (1) 수요곡선과 공급곡선의 이동에 따른 가격상승의 이해

제시문 [가]의 경우, 국제유가가 상승하는 것은 각국의 경기부양을 통한 총수요 확대정책에 따라 주요 투입요소인 원유 수요가 증가(수요곡선의 상향 이동)하고, 탄소 중립 정책 강화로 석유 시설에 대한 투자가 위축되어 원유공급이 감소(공급곡선의 상향 이동)하여 발생한다는 사실을 명시적으로 제시해야 함.

제시문 [나]를 보고 대파의 가격이 상승한 이유가 코로나19로 인한 가게 내 식료품 소비 증가와 이에 따른 대파의 수요증가, 대파 작황이 나쁜 이유로 인한 공급 감소로 발생한다는 사실을 제시해야 함. 따라서 두 시장의 가격상승은 모두 수요증가, 공급감소로 인해 발생했다는 사실을 서술해야 함.

[문항 2] 가격과 판매수입의 관계

(1) 가격은 5,000원에서 6,000원으로 상승했는데 거래량은 10,000kg 그대로이므로 생산업자의 판매수입은 1천만 원 증가

(2) 대파는 가격탄력성이 작으므로(탄력성<1 또는 비탄력적) 가격 상승으로 인한 총수입의 증가분이 수요량 감소로 인한 총수입의 감소분보다 크기 때문에 생산자의 판매수입은 증가한다. (또는 수요가 비탄력적인 경우 가격의 인상률보다 수요량의 감소율이 작다)

[문항 3] 소비자 잉여 및 사회적 잉여 산출방법

(1) 소비자 잉여는 소비자가 그 상품을 구매하기 위해 최대로 지불할 용의가 있는 금액에서 실제 지불한 금액을 뺀 것임. 수요곡선은 그대로이고, 공급곡선이 상향이동할 경우 가격이 상승하여 소비자가 지불한 금액이 커지고 균형거래량은 감소하므로 소비자 잉여는 감소.

(2) 소비자 잉여는 $(26,000-6,000) \times 10,000 \times 1/2 = 100,000,000$ 원
 9,000kg에 대한 소비자의 지불용의는 수요함수 $Q_D = 13,000 - 0.5P$ 식에 대입할 경우 8,000원이 되므로 $(26,000-8,000) \times 9,000 \times 1/2 + (8,000-5,000) \times 9,000 = 108,000,000$ 원으로 8,000,000원 증가.

(3) 거래량이 시장균형 거래량보다 작아지거나 커지면 사회적 잉여는 줄어든다. 따라서, 가격 하한을 실시하면 거래량이 시장균형 거래량보다 작아지므로 가격 통제를 하지 않을 때에 비해 사회적 잉여가 감소한다.

제시문 【라】는 플라톤의 도덕적 예술관이 소개된 『생활과 윤리』 교과서의 일부이다. 플라톤에 따르면 예술을 통해 미적 세계를 접하면 추하고 나쁜 성향이 정화되어 영혼이 아름다워질 수 있다. 즉 아름다운 예술은 인간을 도덕적이고 아름답게 만드는 반면 무절제하고 추한 예술은 나쁜 영혼을 만들기 때문에 나쁜 예술을 만드는 사람을 국가에서 추방해야 한다고 주장하고 있다. 플라톤의 예술관은 예술에서는 도덕적 가치가 가장 중요하다는 점을 지적한 대표적 사례이다.

채점 기준

| 하위문항 | 채점 기준 |
|------------|--|
| 문항1 (1) | 평가기준 1 : 경기부양에 따른 총수요 증가로 원유 수요 증가 , 탄소중립에 따른 석유시설투자 위축으로 원유 공급 감소 로 유가상승 평가기준 2 : 대파의 수요가 증가(수요곡선의 상향 이동) 하고 동시에 한파로 인해 대파 작황이 나빠 대파 공급이 감소(공급곡선의 상향 이동) 하여 대파 가격상승 |
| 문항2 (1) | 평가기준 3 : 시장균형 가격은 5,000원에서 6,000원으로 상승했는데 균형 거래량은 10,000kg 그대로이므로 생산자의 판매수입은 1천만 원 증가 |
| 문항2 (2) | 평가기준 4 : 대파는 가격탄력성이 작으므로(탄력성<1 또는 비탄력적) 가격이 상승으로 인한 총수입의 증가분이 수요량 감소로 인한 총수입의 감소분보다 크기 때문에 생산자의 판매수입은 증가 |
| 문항3 (1) | 평가기준 5 : 대파의 수요곡선은 변화가 없고, 공급곡선은 상향 이동하므로 가격이 상승하여 소비자가 지불한 금액이 커지고 균형거래량은 감소. 따라서 소비자 잉여 감소 |
| 문항3 (2) | 평가기준 6 : 가격규제 이전의 소비자 잉여는 1억 원 평가기준 7 : 가격규제 이후의 소비자 잉여는 1억 8백만 원 . 따라서 800만 원 증가 |
| 문항3 (3) | 평가기준 8 : 가격 하한제로 거래량이 시장균형 거래량보다 작아지므로 가격 통제를 하지 않을 때에 비해 사회적 잉여가 감소 |

| 평가등급구간 | 평가핵심내용 |
|--------|--------------------|
| 1-2등급 | 평가기준 8개 중 7~8개 제시 |
| 3-4등급 | 평가기준 8개 중 5~6개 제시 |
| 5-6등급 | 평가기준 8개 중 3~4개 제시 |
| 7-8등급 | 평가기준 8개 중 1~2개 제시 |
| 9등급 | 평가기준 8개 중 1개 미만 제시 |

예시 답안

[문항 1]

(1) 제시문 [가]의 경우, 국제유가가 상승하는 것은 각국의 경기부양을 통한 총수요 확대정책에 따라 주요 투입 요소인 원유 수요가 증가(수요곡선의 상향 이동)하고, 탄소 중립 정책 강화로 석유 시설에 대한 투자가 위축되어 원유 공급이 감소(공급곡선의 상향 이동)하여 발생한다.

제시문 [나]에서 대파의 가격이 상승한 이유는 코로나19로 인한 가게 내 식료품 소비증가에 따라 대파의 수요가 증가(수요곡선의 상향 이동)하고 동시에 한파로 인해 대파 작황이 나빠 대파 공급이 감소(공급곡선의 상향 이동)하여 발생한 것이다.

[문항 2]

(1) 시장균형 가격은 5,000원에서 6,000원으로 상승했는데 균형 거래량은 10,000kg 그대로이므로 생산자의 판매수입은 1천만 원 증가한다.

(2) 대파는 가격탄력성이 작으므로(탄력성 < 1 또는 비탄력적) 가격이 상승으로 인한 총수입의 증가분이 수요량 감소로 인한 총수입의 감소분보다 크기 때문에 생산자의 판매수입은 증가한다.

[문항 3]

(1) 대파의 수요곡선은 변화가 없고, 공급곡선은 상향 이동하므로 가격이 상승하여 소비자가 지불한 금액이 커지고 균형거래량은 감소한다. 따라서 소비자 잉여는 감소한다.

(2) 가격 규제 이전 소비자 잉여는 $(26,000 - 6,000) \times 10,000 \times 1/2 = 100,000,000$ 원(1억 원)

가격 규제 이후 소비자 잉여는 $(26,000 - 8,000) \times 9,000 \times 1/2 + (8,000 - 5,000) \times 9,000 = 108,000,000$ 원(1억 8백만 원) 변화 분은 8,000,000원 (8백만 원) 증가한다.

(3) 가격 하한제로 거래량이 시장균형 거래량보다 작아지므로 가격 통제를 하지 않을 때에 비해 사회적 잉여가 감소한다.

나. 문제2

출제 의도

1. 복리이자와 등비수열의 개념 이해 : 복리이자 계산 방법 이해를 위해 필요한 지수함수 및 등비수열의 개념을 이해하고 있는지, 등비수열을 응용할 수 있는 능력이 있는지 확인.
2. 논리적 추론과 수학적 계산 능력 : 합리적 선택을 위한 비용-편익 비교 분석 개념을 이해하고 있는지, 비용-편익 비교 분석을 수학에서 배운 다항식으로 설정하고 정확한 연산을 통해 올바른 선택을 할 수 있는지를 확인.
3. 확률과 기댓값 개념 이해 및 계산 능력 : 불확실한 상황에서의 합리적 선택을 할 수 있기 위해서는 확률과 통계 과정에서 학습하는 확률의 개념에 대한 이해가 필요하고, 기댓값의 개념을 적용하여 선택 가능한 대안들을 비교할 수 있어야 함. 특히 조건부확률의 의미를 잘 이해하여 불확실한 상황에서 선택 가능한 대안이 복수로 존재할 때 조건부확률을 적용한 기댓값을 이용하여 합리적 선택을 할 수 있는 능력을 확인.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 수학과, 사회과 | | |
|---------|----------------------|---|------------|
| 관련 성취기준 | 과목명: 확률과 통계, 수학1, 경제 | | 관련 |
| | 성취기준1 | [12경제01-02] 다양한 사례를 통해 비용과 편익을 고려하여 선택하는 능력을 계발하고 매몰 비용은 의사결정 과정에서 고려하지 않아야 함과 인간은 경제적 유인에 반응함을 인식한다. | 문항1 문항3 |
| | 성취기준2 | [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. | 문항2 |
| | 성취기준3 | [12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. | 문항3 |
| | 성취기준4 | [12심수 I 04-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항과 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [평가준거 성취기준 ①] 등비수열의 뜻을 알고 일반항을 구할 수 있다 | 문항1 |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|--------|----------|------|------|----------------------------------|
| 고등학교 교과서 | 경제 | 김종호 외 4 | 씨마스 | 2020 | 18-21 pp |
| | 확률과 통계 | 권오남 외 14 | 교학사 | 2021 | 44-52 pp 62-66 pp 89-91 pp |
| 기타 | 수학 1 | 이준열 외 9 | 천재교육 | 2021 | 131-134 p |

문항 해설

[문항 1]

등비수열의 일반식은 $a_n = a(1+r)^n$ 이며, 이는 복리이자계산법의 논리와 일치함. 따라서 복리이자조건으로 미래에 지급할 원리금(원금+이자)에 해당하는 원금의 금액은 $a = \frac{a_n}{(1+r)^n}$ 을 이용하여 계산할 수 있음.

그리고 비용-편익 분석에서는 수익과 비용에 대한 함수식을 정확하게 설정하고 제약 조건(목표 이익)을 충족시키는 해를 찾는 능력이 있는지 확인하려 함.

[문항 2]

조건부확률의 개념을 정확하게 이해하고 있는지를 확인하고자 함.

사업 성공 여부를 알고 있는 경우, 어떤 사업을 통해 성공하였는지 확률을 계산하는 것은 사업 성공을 전제조건으로 하는 조건부확률임.

$$P(\text{피자가게} \mid \text{성공}) = \frac{P(\text{피자가게} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})}, \quad P(\text{택배사업} \mid \text{성공}) = \frac{P(\text{택배사업} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})}$$

한편, 성공의 확률은 제시된 조건부확률을 이용하여 계산할 수 있음.

[문항 3]

기업이 직면하고 있는 두 가지 선택안 각각에 대해 경제적 상황별로 수량에 대한 조건부확률 자료를 제시함. 불확실성이 존재하는 선택안에 대해서는 불확실한 상황이 발생할 확률을 이용하여 기대이익을 계산해야 하는데, 주어진 조건부확률을 이용하여 각 수량에 대한 확률을 계산할 수 있는지, 그리고 기대수량을 이용하여 기대이익을 계산하고 비교하여 합리적인 선택을 할 수 있는가를 확인하려 함.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 |
|-------|--|
| 문항1 | <p>평가기준 1 : 기계를 구입하기 위해 은행에서 돈을 빌리는 것이므로 원금의 금액이 기계 구입가격임. $6,050,000 \div (1.1)^2 = 6,050,000 \div 1.21 = \underline{5,000,000\text{원}}$</p> <p>평가기준 2 : 피자가게의 목표한 이익은 5,000,000원이며, 이 때의 비용-편익 함수식은 $[\text{개당 판매가격} - \text{개당 변동비용}] * Q(\text{판매수량}) - \text{고정비용}$ $= [15,000 - 10,000] * Q - 5,000,000 * 10\% = 5,000,000\text{원}. \therefore Q = 1,100\text{개}$</p> |

| | |
|-----|--|
| 문항2 | <p>평가기준 3 : 피자가게 창업을 통해 성공할 확률</p> $P(\text{피자가게} \text{성공}) = \frac{P(\text{피자가게} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})} = \frac{0.5 \times 0.1}{0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.3} = \frac{0.05}{0.05 + 0.15} = \frac{5}{20}$ <p>= 25%</p> <p>평가기준 4 : 택배사업 창업을 통해 성공할 확률</p> $P(\text{택배사업} \text{성공}) = \frac{P(\text{택배사업} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})} = \frac{0.5 \times 0.3}{0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.3} = \frac{0.15}{0.05 + 0.15} = \frac{15}{20}$ <p>= 75%</p> |
| 문항3 | <p>평가기준 5 : 피자가게 창업 시 첫 해 기대이익</p> <p>1,000개 발생확률: $0.5 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 + 0.2 \times 0.2 = 0.29$ 2,000개 발생확률: $0.3 \times 0.3 + 0.5 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.4$ 3,000개 발생확률: $0.2 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 + 0.5 \times 0.2 = 0.31$ 기대수량: $1,000 \times 0.29 + 2,000 \times 0.4 + 3,000 \times 0.31 = 2,020$개 → 첫 해 기대이익: 0.5만원*2,020개 - 50만원 = 960만 원</p> <p>평가기준 6 : 택배사업 창업 시 첫 해 기대이익</p> <p>3,000건 발생확률: $0.2 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 + 0.5 \times 0.2 = 0.26$ 4,000건 발생확률: $0.3 \times 0.3 + 0.5 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.4$ 5,000건 발생확률: $0.5 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 + 0.2 \times 0.2 = 0.34$ 기대건수: $3,000 \times 0.26 + 4,000 \times 0.4 + 5,000 \times 0.34 = 4,080$건 → 첫 해 기대이익: 0.2만원*4,080개 - 100만원 = 716만 원</p> |

| 평가등급구간 | 평가핵심내용 |
|--------|------------------------------|
| 1-2등급 | 평가기준 6개 중 5~6개 제시 [풀이과정 반영] |
| 3-4등급 | 평가기준 6개 중 4개 제시 [풀이과정 반영] |
| 5-6등급 | 평가기준 6개 중 3개 제시 [풀이과정 반영] |
| 7-8등급 | 평가기준 6개 중 2개 제시 [풀이과정 반영] |
| 9등급 | 평가기준 6개 중 1개 이하 제시 [풀이과정 반영] |

예시 답안

[문항 1]

(1) 원금의 금액은 $a = \frac{a_n}{(1+r)^n}$ 을 이용하여 계산할 수 있으며, 이 금액이 기계 구입가격임.

$$6,050,000 \div (1.1)^2 = 6,050,000 \div 1.21 = \underline{\underline{5,000,000\text{원}}}$$

(2) 피자가게 이익 = [개당 판매가격 - 개당 변동비용]*Q(판매수량) - 고정비용

$$= [15,000 - 10,000]*Q - 5,000,000*10\% = 5,000,000$$

$$\therefore Q = \underline{\underline{1,100\text{개}}}$$

[문항 2]

(1) 피자가게 창업을 통해 성공할 확률:

$$P(\text{피자가게} \mid \text{성공}) = \frac{P(\text{피자가게} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})} = \frac{0.5 \times 0.1}{0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.3} = \frac{0.05}{0.05 + 0.15} = \frac{5}{20} = \underline{25\%}$$

(2) 택배사업 창업을 통해 성공할 확률:

$$P(\text{택배사업} \mid \text{성공}) = \frac{P(\text{택배사업} \cap \text{성공})}{P(\text{성공})} = \frac{0.5 \times 0.3}{0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.3} = \frac{0.15}{0.05 + 0.15} = \frac{15}{20} = \underline{75\%}$$

[문항 3]

(1) 피자가게 창업 시 첫 해의 기대이익

$$1,000\text{개 발생확률: } 0.5 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 + 0.2 \times 0.2 = 0.29$$

$$2,000\text{개 발생확률: } 0.3 \times 0.3 + 0.5 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.4$$

$$3,000\text{개 발생확률: } 0.2 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 + 0.5 \times 0.2 = 0.31$$

$$\text{기대수량: } 1,000 \times 0.29 + 2,000 \times 0.4 + 3,000 \times 0.31 = 2,020\text{개}$$

$$\text{첫 해 기대이익: } 0.5\text{만원} \times 2,020\text{개} - 50\text{만원} = \underline{960\text{만 원}}$$

(2) 택배사업 창업 시 첫 해의 기대이익

$$3,000\text{건 발생확률: } 0.2 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 + 0.5 \times 0.2 = 0.26$$

$$4,000\text{건 발생확률: } 0.3 \times 0.3 + 0.5 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.4$$

$$5,000\text{건 발생확률: } 0.5 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 + 0.2 \times 0.2 = 0.34$$

$$\text{기대건수: } 3,000 \times 0.26 + 4,000 \times 0.4 + 5,000 \times 0.34 = 4,080\text{건}$$

$$\text{첫 해 기대이익: } 0.2\text{만원} \times 4,080\text{개} - 100\text{만원} = \underline{716\text{만 원}}$$

※ 문항 3 별해

[별해 1]

각 상황별로 기대수량을 구한 후, 각 상황이 발생할 조건부확률을 곱하여 각 기대수량의 합계를 기댓값을 구하여, 기대이익을 계산할 수도 있음.

[별해 2]

각 상황별로 기대이익을 구한 후, 각 상황이 발생할 조건부확률을 곱하여 각 기대이익의 합계를 계산할 수도 있음.

IV. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(자연1)

1. 출제문제

【문제 1】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (25점)

두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 가 미분 가능할 때, 합성함수 $y = f(g(x))$ 도 미분가능하며 그 도함수는

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \quad \text{또는} \quad y' = f'(g(x))g'(x)$$

[출처 : 미적분 「합성함수의 미분법」]

구간 $[0, \infty)$ 에서 연속이고 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (i) $g(1) = 1$ 이고 모든 $x \geq 0$ 에 대하여 $g(2x) = 3g(x)$ 이다.
- (ii) 모든 $x \geq 0$ 에 대하여 $f(g(x)) = x$ 이다.

이때 다음 문항에 답하시오.

(1) $f'(3) \times g'(1)$ 의 값을 구하시오.

(2) $\int_1^2 g(x) dx = A$ 일 때 $\int_0^1 g(x) dx$ 의 값을 A 에 대한 식으로 나타내시오.

【문제 2】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (25점)

함수 $f(x)$ 가 실수 a 에 대하여 다음 세 조건을 모두 만족시킬 때, $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이라고 한다.

- ① 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 정의되어 있다.
- ② 극한값 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 가 존재한다.
- ③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

[출처 : 수학II 「함수의 연속」]

삼차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (i) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
- (ii) 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = g(x)$ 의 교점은 두 개이며, 두 교점의 x 좌표 중 더 큰 값은 2이다.

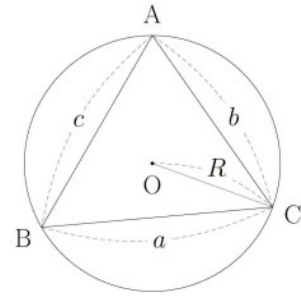
(iii) 함수 $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} \left(\frac{e^{f(x)}}{e^{g(x)}} - 1 \right) & (x \neq 2) \\ 16 & (x = 2) \end{cases}$ 는 연속함수이다.

이때 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

【문제 3】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R 라고 하면

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



[출처 : 수학 「사인법칙과 코사인법칙」]

반지름의 길이가 $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ 인 원에 삼각형 ABC가 내접한다. 삼각형 ABC의 넓이는 $\sqrt{6}$ 이고 $\cos A = \frac{5}{7}$ 이다.

이때 삼각형 ABC의 세 변의 길이를 모두 구하시오.

【문제 4】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (30점)

첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하면

- ① $r \neq 1$ 일 때 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$
- ② $r = 1$ 일 때 $S_n = na$

[출처 : 수학 「등비수열」]

모든 자연수 n 에 대하여 $x_n = 3\pi\left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ 이다. 실수 전체에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (i) 닫힌구간 $[x_n, x_{n+1}]$ 에서 실수 a_n , 양수 b_n 에 대하여 $f(x) = a_n \sin(b_n x)$ 이다.
- (ii) $f(x_n) = f(x_{n+1}) = 0$ 이고, 열린구간 (x_n, x_{n+1}) 에서 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 2개의 해를 갖는다.
- (iii) $f'(x_1) = \frac{1}{2}$

이때 다음 문항에 답하시오.

(1) b_{10} 을 구하시오.

(2) 정적분 $\int_{x_1}^{x_{10}} f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

2. 문제해설

가. 문제1

출제 의도

합성함수의 미분법 및 치환적분법을 활용하여 주어진 함수의 미분계수와 정적분의 값을 계산하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | |
|--------------------|--|
| 적용 교육과정 | 미적분 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 미적분 - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 |
| 관련 성취기준 | 과목명: 미적분 |
| | 성취기준1 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. |
| | 성취기준2 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-----|-----------|------|------|-----|
| 고등학교 교과서 | 미적분 | 박교식 외 19명 | 동아출판 | 2018 | 81 |
| | 미적분 | 황선욱 외 8명 | 미래엔 | 2018 | 143 |

문항 해설

합성함수의 미분법을 활용하여 제시된 조건을 만족하는 두 함수의 미분계수 사이의 관계를 올바르게 유도하며, 치환적분법을 활용하여 함수 서로 다른 구간에서 함수 $g(x)$ 의 정적분 값 사이의 관계를 올바르게 유도하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| (1) | 합성함수의 미분법을 이용하여 주어진 조건으로부터 두 미분계수의 곱을 계산할 수 있다. | 10 |
| (2) | 치환적분법을 이용하여 주어진 정적분의 값과 다른 정적분의 값의 관계를 찾을 수 있다. | 15 |

(1) 모든 $x \geq 0$ 에 대하여 $g(2x) = 3g(x)$ 이므로 $x = 1$ 일 때
 $g(2) = 3g(1) = 3$

합성함수의 미분법의 결과 $f'(g(x))g'(x) = 1$ 로부터 $f'(3)$ 의 값을 구하면
 $f'(g(2))g'(2) = f'(3)g'(2) = 1, \quad f'(3) = \frac{1}{g'(2)}$

$g(x) = \frac{1}{3}g(2x)$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여, $g'(1)$ 의 값을 구하면
 $g'(x) = \frac{2}{3}g'(2x), \quad g'(1) = \frac{2}{3}g'(2)$

따라서

$$f'(3) \times g'(1) = \frac{1}{g'(2)} \times \frac{2}{3}g'(2) = \frac{2}{3}$$

이다.

(2) $B = \int_0^1 g(x) dx$ 라고 하자. $\int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{3}g(2x) dx$ 에서 $2x = t$ 로 놓으면 $x = 0$ 일 때 $t = 0$,

$x = 1$ 일 때 $t = 2, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} B &= \int_0^2 \frac{1}{3}g(t) \frac{1}{2} dt = \frac{1}{6} \int_0^2 g(t) dt \\ &= \frac{1}{6} \int_0^1 g(t) dt + \frac{1}{6} \int_1^2 g(t) dt \\ &= \frac{1}{6}B + \frac{1}{6}A \end{aligned}$$

따라서 구하는 정적분의 값은

$$\int_0^1 g(x) dx = B = \frac{1}{5}A$$

이다.

나. 문제2

출제 의도

삼차함수의 특징, 함수의 연속성과 극한, 미분계수의 정의를 이용하여 구하는 함수에 대한 정보를 바르게 도출하고, 도출된 함수로 정의되는 영역의 넓이를 정적분을 이용하여 해결하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | | | | | | | | |
|--------------------|--|-------|------------------------------|-------|--|-------|--|-------|-----------------------------------|
| 적용 교육과정 | 학 II - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 수학 II - (2) 미분 - ① 미분계수 수학 II - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 미적분 - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 | | | | | | | | |
| 관련 성취기준 | <p style="text-align: center;">과목명: 수학 II</p> <table border="1"> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준1</td> <td>[12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준2</td> <td>[12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준3</td> <td>[12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">과목명: 미적분</p> <table border="1"> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준1</td> <td>[12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.</td> </tr> </table> | 성취기준1 | [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. | 성취기준2 | [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. | 성취기준3 | [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. | 성취기준1 | [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. |
| 성취기준1 | [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. | | | | | | | | |
| 성취기준2 | [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. | | | | | | | | |
| 성취기준3 | [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. | | | | | | | | |
| 성취기준1 | [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. | | | | | | | | |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-----------|------|------|-----|
| 고등학교 교과서 | 수학 II | 이준열 외 9명 | 천재교육 | 2018 | 29 |
| | 수학 II | 김원경 외 14명 | 비상교육 | 2018 | 125 |
| | 미적분 | 권오남 외 14명 | 교학사 | 2019 | 60 |
| | 미적분 | 황선욱 외 8명 | 미래엔 | 2019 | 60 |

문항 해설

교점의 정보와, 주어진 함수와 관련된 다른 함수의 연속성, 미분계수의 정의를 이용하여 두 곡선의 차이를 정의하는 함수를 바르게 도출하고, 이로부터 두 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 이용하여 계산하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| | 주어진 조건으로부터 두 함수의 차를 나타내는 삼차함수의 모양을 찾고 정적분의 값을 계산할 수 있다. | 25 |

예시 답안

$p(x) = f(x) - g(x)$ 라고 하면 함수 $p(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다. 방정식 $p(x) = 0$ 의 두 해 중 작은 값을 a 라고 하면

$$p(x) = (x-a)(x-2)^2 \quad \text{또는} \quad p(x) = (x-a)^2(x-2)$$

$p(2) = 0$ 임을 이용하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} h(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{e^{f(x)}}{e^{g(x)}} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{f(x)-g(x)} - 1}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{p(x)} - 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{p(x)} - e^{p(2)}}{x-2} \end{aligned}$$

위의 극한값은 $e^{p(x)}$ 의 $x=2$ 에서의 미분계수이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = p'(2)e^{p(2)} = p'(2)$ 이다. 함수 $h(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = p'(2) = 16$ 이다.

만약, $p(x) = (x-a)(x-2)^2$ 이면 $p'(x) = (x-2)^2 + 2(x-a)(x-2)$, $p'(2) = 0 \neq 16$ 이므로 $p(x) = (x-a)^2(x-2)$ 가 되어야 한다.

이때 $p'(x) = 2(x-a)(x-2) + (x-a)^2$, $p'(2) = (2-a)^2 = 16$ 이므로 $a = -2$ 또는 $a = 6$ 이어야 한다. 그런데 $a < 2$ 이므로 $p(x) = (x+2)^2(x-2)$ 이다.

구간 $[-2, 2]$ 에서 $p(x) \leq 0$ 이므로 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 |f(x) - g(x)| dx &= \int_{-2}^2 [-p(x)] dx = - \int_{-2}^2 (x+2)^2(x-2) dx \\ &= - \int_{-2}^2 (x^3 + 2x^2 - 4x - 8) dx \\ &= - \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - 2x^2 - 8x \right]_{-2}^2 \\ &= - \left(4 + \frac{16}{3} - 8 - 16 \right) + \left(4 - \frac{16}{3} - 8 + 16 \right) \\ &= \frac{64}{3} \end{aligned}$$

이다.

다. 문제3

출제 의도

사인법칙과 코사인법칙을 활용하여 삼각형에 대한 정보를 구하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | |
|------------------|--|
| 적용 교육과정 | 학 II - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 |
| | 수학 II - (2) 미분 - ① 미분계수 |
| 관련 성취기준 | 수학 II - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 |
| | 미적분 - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 |
| 과목명: 수학 | |
| 성취기준 | [10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다. |
| 과목명: 수학 I | |
| 성취기준 | [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|------|-----------|---------|------|----|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 류희찬 외 10명 | 천재교과서 | 2018 | 60 |
| | 수학 | 고성은 외 6명 | 좋은책 신사고 | 2018 | 51 |
| | 수학 I | 배종숙 외 6명 | 금성출판사 | 2018 | 97 |
| | 수학 I | 박교식 외 19명 | 동아출판 | 2018 | 86 |

문항 해설

사인법칙을 이용하여 삼각형의 한 변의 길이를 구하고, 삼각형의 넓이의 조건과 코사인법칙을 이용하여 나머지 두 변의 합과 곱을 유도한 뒤, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 삼각형의 세 변의 길이를 계산하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| | 사인법칙과 코사인법칙, 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 세 변의 길이의 값을 구할 수 있다. | 20 |

예시 답안

$$\cos A = \frac{5}{7}, \quad 0 < A < \pi \text{이므로}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{7}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R 라고 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{a}{\sin A} = 2R, \quad \text{즉 } a = 2R \sin A = 2 \times \frac{7\sqrt{2}}{4} \times \frac{2\sqrt{6}}{7} = 2\sqrt{3}$$

삼각형 ABC의 넓이는 $\sqrt{6}$ 이므로

$$\sqrt{6} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{6}}{7}bc, \quad \text{즉 } bc = 7$$

코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} 12 = a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= (b+c)^2 - 2bc(1 + \cos A) \end{aligned}$$

이므로

$$(b+c)^2 = 12 + 2bc(1 + \cos A) = 12 + 14\left(1 + \frac{5}{7}\right) = 36, \quad b+c = 6$$

위로부터 $bc = 7$, $b+c = 6$ 이다. 두 수 b, c 를 근으로 갖는 이차방정식

$$x^2 - (b+c)x + bc = x^2 - 6x + 7 = 0$$

의 해는 $x = 3 \pm \sqrt{2}$ 이다.

따라서 삼각형의 세 변의 길이는 $2\sqrt{3}$, $3 + \sqrt{2}$, $3 - \sqrt{2}$ 이다.

라. 문제4

출제 의도

삼각함수의 주기성과 미분계수의 정의로부터 주어진 함수의 정보를 도출하여 주어진 정적분을 구하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------------|---|-----------|--|------|--|------------|--|------|---|----------|--|-------|--|-------|------------------------------------|-------|---|
| 적용 교육과정 | 수학 I - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수 수학 II - (2) 미분 - ① 미분계수 미적분 - (1) 수열의 극한 - ② 급수 미적분 - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 미적분 - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 관련 성취기준 | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">과목명: 수학 I</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준</td> <td>[12수학I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">과목명: 수학 II</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준</td> <td>[12수학II 02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">과목명: 미적분</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준1</td> <td>[12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준2</td> <td>[12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">성취기준3</td> <td>[12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.</td> </tr> </table> | 과목명: 수학 I | | 성취기준 | [12수학I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. | 과목명: 수학 II | | 성취기준 | [12수학II 02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. | 과목명: 미적분 | | 성취기준1 | [12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다. | 성취기준2 | [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. | 성취기준3 | [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. |
| 과목명: 수학 I | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 성취기준 | [12수학I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 과목명: 수학 II | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 성취기준 | [12수학II 02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 과목명: 미적분 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 성취기준1 | [12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 성취기준2 | [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 성취기준3 | [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. | | | | | | | | | | | | | | | | |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-----------|-------|------|---------|
| 고등학교 교과서 | 수학 I | 박교식 외 19명 | 동아출판 | 2018 | 72 |
| | 수학 I | 배종숙 외 6명 | 금성출판사 | 2018 | 97 |
| | 수학 II | 김원경 외 14명 | 비상교육 | 2018 | 125 |
| | 수학 II | 권오남 외 14명 | 교학사 | 2018 | 68 |
| | 미적분 | 권오남 외 14명 | 교학사 | 2019 | 37 |
| | 미적분 | 황선욱 외 8명 | 미래엔 | 2019 | 75, 137 |

문항 해설

x 절편의 개수와 삼각함수의 주기성, 미분계수의 정의를 이용하여 각각의 구간에서 함수를 올바르게 정의하고 정적분을 정확히 계산하여 전체 구간에서의 정적분을 등비급수의 합을 이용하여 올바르게 구하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| (1) | 사인함수의 주기의 성질과 문제의 조건으로부터 수열의 제10항을 찾아낼 수 있다. | 9 |
| (2) | 미분계수의 정의로부터 주어진 함수의 모양을 찾아내고 각 구간의 정적분의 합을 등비급 수로 나타내어 구하는 정적분의 값을 계산할 수 있다. | 21 |

예시 답안

(1) 구간 $[x_n, x_{n+1}]$ 에서 $f(x) = a_n \sin(b_n x)$ 이므로 조건 (ii)에 의하여

$$f(x_n) = f\left(x_n + \frac{\pi}{b_n}\right) = f\left(x_n + \frac{2\pi}{b_n}\right) = f\left(x_n + \frac{3\pi}{b_n}\right) = 0$$

따라서 $x_{n+1} = x_n + \frac{3\pi}{b_n}$ 이고

$$x_{n+1} - x_n = 3\pi\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) - 3\pi\left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) = \frac{3\pi}{2^n}, \quad b_n = 2^n$$

그러므로 $b_{10} = 2^{10} = 1024$ 이다.

(2) $b_n x_n = 2^n \times 3\pi\left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) = 3\pi(2^n - 2)$, $b_n x_{n+1} = b_n x_n + 3\pi = 3\pi(2^n - 1)$ 이므로,

모든 $n \geq 1$ 에 대하여 $\cos(b_n x_n) = 1$, $\cos(b_n x_{n+1}) = -1$

함수 $f(x)$ 는 미분가능하고, $n \geq 2$ 일 때 구간 $[x_{n-1}, x_n]$ 에서 $f(x) = a_{n-1} \sin(2^{n-1}x)$, 구간 $[x_n, x_{n+1}]$ 에서 $f(x) = a_n \sin(2^n x)$ 이다. 실수 전체에서 미분가능한 두 함수 $g(x) = a_{n-1} \sin(2^{n-1}x)$, $h(x) = a_n \sin(2^n x)$ 에 대하여

$$\begin{aligned} f'(x_n) &= \lim_{x \rightarrow x_n^-} \frac{f(x) - f(x_n)}{x - x_n} = \lim_{x \rightarrow x_n^-} \frac{g(x) - g(x_n)}{x - x_n} \\ &= g'(x_n) = 2^{n-1} a_{n-1} \cos(2^{n-1} x_n) \\ &= -2^{n-1} a_{n-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x_n) &= \lim_{x \rightarrow x_n^+} \frac{f(x) - f(x_n)}{x - x_n} = \lim_{x \rightarrow x_n^+} \frac{h(x) - h(x_n)}{x - x_n} \\ &= h'(x_n) = 2^n a_n \cos(2^n x_n) \\ &= 2^n a_n \end{aligned}$$

이로부터 $n \geq 2$ 일 때

$$-2^{n-1}a_{n-1} = f'(x_n) = 2^n a_n, \quad a_n = -\frac{1}{2}a_{n-1}$$

또한, $f'(x_1) = 2a_1 \cos(0) = 2a_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $a_1 = \frac{1}{4}$ 이다. 그러므로 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열이고, $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ 이다.

구간 $[x_n, x_{n+1}]$ 에서

$$\begin{aligned} \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x) dx &= \int_{x_n}^{x_{n+1}} a_n \sin(2^n x) dx \\ &= \frac{a_n}{2^n} [-\cos(2^n x)]_{x_n}^{x_{n+1}} \\ &= \frac{a_n}{2^n} (-\cos(2^n x_{n+1}) + \cos(2^n x_n)) \\ &= \frac{a_n}{2^{n-1}} = (-1)^{n+1} \frac{1}{2^{2n}} = \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_{10}} f(x) dx &= \sum_{k=1}^9 \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x) dx = \sum_{k=1}^9 \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{4}\right)^{k-1} \\ &= \frac{\frac{1}{4} \left(1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^9\right)}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{5} \left(1 + \left(\frac{1}{4}\right)^9\right) \end{aligned}$$

이다.

V. 2022학년도 논술고사 문제 및 해설(자연2)

1. 출제문제

【문제 1】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (25점)

미분가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(x) = t$ 로 놓으면

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$

[출처 : 미적분 「치환적분법」]

함수 $f(x)$ 가 구간 $[1, \infty)$ 에서 $f(x) = x \ln x$ 로 정의되어 있다. 구간 $[0, \infty)$ 에서 연속이고 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 는 모든 $x \geq 0$ 에 대하여

$$g(x) \geq 1, f(g(x)) = x^2$$

을 만족시킨다. 이때 다음 문항에 답하시오.

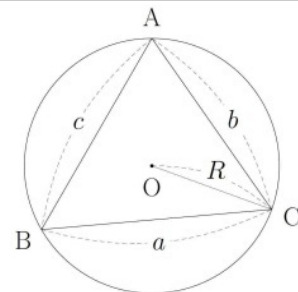
(1) 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 (\sqrt{e}, e) 에서의 접선의 방정식을 구하시오.

(2) 정적분 $\int_0^{\sqrt{e}} 2x\{g(x)\}^2 dx$ 의 값을 구하시오.

【문제 2】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (25점)

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R 라고 하면

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



[출처 : 수학 「사인법칙과 코사인법칙」]

함수 $f(x)$ 가 구간 $[-1, 1]$ 에서 다음과 같이 정의되어 있다.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & (-1 \leq x \leq 0) \\ \sqrt{1 - x^2} & (0 < x \leq 1) \end{cases}$$

곡선 $y = f(x)$ 위에 오각형 ABCDE의 모든 꼭짓점이 놓여 있다. 점 A의 좌표는 $(1, 0)$, 점 E의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고 두 점 B, C의 x 좌표는 모두 양수이며 $\angle ABC = 150^\circ$ 이다. 이때 다음 문항에 답하시오.

(1) 삼각형 ACE의 넓이를 구하시오.

(2) 오각형 ABCDE의 넓이가 최대가 되도록 하는 꼭짓점 B, C, D의 좌표를 구하시오.

【문제 3】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (20점)

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a) = 0$ 이고 $x = a$ 의 좌우에서
- ① $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이다.
 - ② $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이다.

[출처 : 수학II 「함수의 극대와 극소」]

원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ 에서의 접선을 ℓ 이라고 하고, 점 $A(-1, 0)$ 에서 직선 ℓ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자. (단, $0 < \theta < \pi$)

이때 다음 문항에 답하시오.

- (1) 점 H 의 좌표를 θ 를 이용하여 나타내시오.
- (2) 삼각형 APH 의 넓이의 최댓값을 구하시오.

【문제 4】 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. (30점)

함수 $y = f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = a$, $x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

[출처 : 미적분 「넓이」]

$a + r > 2$ 인 두 양수 a, r 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 구간 $[0, a + r]$ 에서 다음과 같이 정의되어 있다.

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \left| \cos \frac{\pi t}{2} \right| dt & (0 \leq x \leq 2) \\ \sqrt{r^2 - (x - a)^2} & (2 < x \leq a + r) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 구간 $[0, a + r]$ 에서 연속이고 구간 $(0, a + r)$ 에서 미분가능할 때, 다음 문항에 답하시오.

- (1) a 와 r 의 값을 구하시오.
- (2) 정적분 $\int_0^{a+r} f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

2. 문제해설

가. 문제1

출제 의도

합성함수의 미분법 및 치환적분법을 적용해 접선의 방정식 및 정적분의 값을 구하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | | |
|------------|--------------------------------|---------------------------------------|----|
| 적용 교육과정 | 미적분 - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 | | |
| | 미적분 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 | | |
| | 미적분 - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 | | |
| | 미적분 - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 | | |
| 관련 성취기준 | 과목명: 미적분 | | 관련 |
| | 성취기준1 | [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. | |
| | 성취기준2 | [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. | |
| | 성취기준3 | [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. | |
| | 성취기준4 | [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. | |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|------|-----|-----------|--------|------|---------|
| 고등학교 | 미적분 | 고성은 외 5인 | 좋은책신사고 | 2019 | 76, 127 |
| 교과서 | 미적분 | 박교식 외 19인 | 동아출판 | 2019 | 77, 127 |

문항 해설

로그함수와 합성함수의 성질을 이용하여 정의된 함수 $g(x)$ 의 도함수의 정보 및 접선의 방정식을 구하고, 치환적분법을 이용하여 주어진 정적분의 값을 구하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|------|
| (1) | 합성함수의 조건으로부터 미분계수를 구하고, 접선의 방정식을 찾는다. | 7.5 |
| (2) | 함수 g 의 정적분을 함수 f 와의 합성의 조건, 부분적분법과 치환적분법을 적용하여 구한다. | 17.5 |

(1) 합성함수의 미분법에 의하여 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x) = 2x$ 이므로

$$f'(g(\sqrt{e}))g'(\sqrt{e}) = 2\sqrt{e}$$

$g(\sqrt{e}) = e$ 이고 $f'(x) = 1 + \ln x$ 이므로

$$g'(\sqrt{e}) = \frac{2\sqrt{e}}{f'(e)} = \frac{2\sqrt{e}}{1 + \ln e} = \sqrt{e}$$

따라서 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 (\sqrt{e}, e) 에서의 접선의 방정식은

$$y = \sqrt{e}(x - \sqrt{e}) + e = \sqrt{e}x$$

이다.

(2) $g(x) = t$ 로 놓으면 $\frac{dt}{dx} = g'(x)$ 이다. $g(0) = \alpha$ 로 놓으면 $f(\alpha) = \alpha \ln \alpha = 0$ 이고 $\alpha \geq 1$ 이므로 $g(0) = 1$ 이

다. 또한 $g(\sqrt{e}) = e$ 이고 $2x = f'(g(x))g'(x)$ 이므로 치환적분법에 의하여

$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{e}} 2x\{g(x)\}^2 dx &= \int_0^{\sqrt{e}} f'(g(x))g'(x)\{g(x)\}^2 dx \\ &= \int_0^{\sqrt{e}} \{g(x)\}^2 f'(g(x)) \times g'(x) dx \\ &= \int_1^e t^2 f'(t) dt = \int_1^e (t^2 \ln t + t^2) dt \\ &= \int_1^e t^2 \ln t dt + \int_1^e t^2 dt \end{aligned}$$

부분적분법을 이용하면

$$\begin{aligned} \int_1^e t^2 \ln t dt &= \left[\frac{1}{3} t^3 \ln t \right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{3} t^3 \frac{1}{t} dt \\ &= \frac{1}{3} e^3 - \left[\frac{1}{9} t^3 \right]_1^e = \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{9} (e^3 - 1) \\ &= \frac{2}{9} e^3 + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

또한

$$\int_1^e t^2 dt = \left[\frac{1}{3} t^3 \right]_1^e = \frac{1}{3} e^3 - \frac{1}{3}$$

이므로 구하는 정적분의 값은

$$\int_0^{\sqrt{e}} 2x\{g(x)\}^2 dx = \frac{5}{9} e^3 - \frac{2}{9}$$

이다.

나. 문제2

출제 의도

주어진 조건으로부터 내접하는 삼각형을 구성하고 사인법칙을 활용할 수 있는 능력, 접선의 기울기를 활용하여 넓이가 최대가 되는 점을 구할 수 있는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | |
|--------------------|--|---|
| 적용 교육과정 | 수학 I - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수 수학 II - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 | |
| 관련 성취기준 | 과목명: 수학 I | |
| | 성취기준1 | [12수학I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| | 과목명: 수학 II | |
| | 성취기준1 | [12수학II 02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-----------|--------|------|----|
| 고등학교 교과서 | 수학 I | 고성은 외 6인 | 좋은책신사고 | 2018 | 65 |
| | 수학 I | 박교식 외 19인 | 동아출판 | 2018 | 61 |
| | 수학 II | 김원경 외 14인 | 비상 | 2018 | 71 |
| | 수학 II | 홍성복 외 10인 | 지학사 | 2018 | 74 |

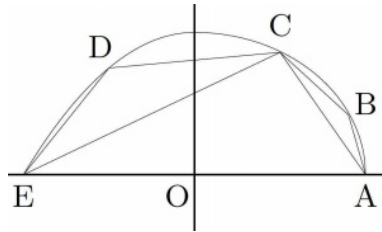
문항 해설

사인법칙을 이용하여 한 점의 위치를 구하고, 접선의 기울기를 이용하여 주어진 오각형을 이루는 삼각형의 넓이가 최대가 되는 점을 구하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|------|
| (1) | 사인법칙을 적용하여 점 C의 좌표를 구하고, 삼각형 ACE의 넓이를 구한다. | 7.5 |
| (2) | 오각형 ABCDE의 넓이가 최대가 되게 하는 점의 좌표를 구한다. | 17.5 |

(1) 오각형 ABCDE에 두 대각선 AC, CE를 그어 오각형 ABCDE를 세 개의 삼각형 ABC, ACE, CDE로 나누자.



점 A, B, C가 곡선 $y = \sqrt{1-x^2}$ ($x > 0$) 위에 놓여 있으므로 삼각형 ABC는 중심이 $O(0,0)$, 반지름이 1인 원에 내접한다. 그러므로 사인법칙을 적용하면

$$\frac{\overline{AC}}{\sin 150^\circ} = 2, \quad \overline{AC} = 1$$

이때, $\overline{OA} = \overline{OC} = 1$ 이므로, 삼각형 OAC는 세 변의 길이가 모두 1인 정삼각형이다.

따라서 $C = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 이고 삼각형 ACE의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{이다.}$$

(2) 문항 (1)에 의하여 삼각형 ACE는 고정되어 있으므로 두 삼각형 ABC, CDE의 넓이가 각각 가장 큰 값을 가질 때 오각형 ABCDE의 넓이는 최대가 된다.

삼각형 ABC의 넓이는 두 점 A, C를 지나는 직선과 점 B 사이의 거리가 최대일 때 가장 큰 값을 갖는다. 호 AC 위의 점 B에서 현 AC까지의 거리는 선분 OB가 현 AC를 수직이등분할 때 최대가 된다.

$$C = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}) = (\cos 60^\circ, \sin 60^\circ)$$

이므로 B의 좌표는

$$B = (\cos 30^\circ, \sin 30^\circ) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$$

또한, 삼각형 CDE의 넓이가 최대가 되기 위해서는 두 점 C, E를 지나는 직선과 점 D 사이의 거리가 최대가 되어야 한다.

함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x}{\sqrt{1-x^2} + 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1-x^2)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0$$

이므로, $f(x)$ 는 구간 $(-1, 1)$ 에서 미분가능하고

$$f'(x) = \begin{cases} -2x & (-1 < x \leq 0) \\ -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} & (0 < x < 1) \end{cases}$$

따라서, 점 D에서의 접선과 두 점 C, E를 지나는 직선이 평행할 때 삼각형 CDE의 넓이는 최대가 된다.

두 점 C, E를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-0}{\frac{1}{2}-(-1)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로, 점 D의 x 좌표는 $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 만족하는

값이다. $f'(x) > 0$ 이기 위해서는 $x < 0$ 이어야 하므로

$$f'(x) = -2x = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad x = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

따라서 점 D의 좌표는 $(-\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{11}{12})$ 이다.

이로부터 오각형 ABCDE의 넓이가 최대가 되도록 하는 꼭짓점 B, C, D의 좌표는

$$B(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), C(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}), D(-\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{11}{12})$$

이다.

다. 문제3

출제 의도

주어진 상황을 이해하고, 원 위의 접선의 성질과 직교하는 직선의 특징을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 삼각형의 넓이를 함수로 표현하고 그 최솟값을 구하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | |
|------------|--------------------------------|--|
| 적용 교육과정 | 수학 - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 | |
| | 수학II - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 | |
| | 미적분 - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 | |
| 관련 성취기준 | 과목명: 수학 | |
| | 성취기준1 | [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다. |
| | 과목명: 수학 II | |
| | 성취기준1 | [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. |
| | 과목명: 미적분 | |
| | 성취기준1 | [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-----------|--------|------|-----|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 배종숙 외 6인 | 금성교과서 | 2018 | 139 |
| | 수학 | 홍성복 외 10인 | 지학사 | 2018 | 140 |
| | 수학 II | 김원경 외 14인 | 비상교육 | 2018 | 71 |
| | 수학 II | 홍성복 외 10인 | 지학사 | 2018 | 74 |
| | 미적분 | 고성은 외 5인 | 좋은책신사고 | 2019 | 49 |
| | 미적분 | 박교식 외 19인 | 동아출판 | 2019 | 51 |

문항 해설

주어진 원 위의 점에서의 접선과, 그 접선과 수직이고 특정한 점을 지나는 직선의 교점을 구해 삼각형을 만들고, 삼각형의 넓이를 함수로 표현하여 그 함수의 최댓값을 계산하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| | 삼각형 AHP의 넓이를 H의 좌표를 이용하여 계산하고, 그 최댓값을 구한다. | 20 |

예시 답안

(1) 원 위의 점 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ 에서의 접선의 방정식은

$$\ell: (\cos\theta)x + (\sin\theta)y = 1, \quad \left(y = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta}x + \frac{1}{\sin\theta} \right)$$

이고, 점 $A(-1, 0)$ 을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선 ℓ' 의 방정식은

$$\ell': (\cos\theta)y - (\sin\theta)(x+1) = 0 \quad \text{이다.}$$

두 직선 ℓ, ℓ' 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$(\sin^2\theta)(x+1) = -(\cos^2\theta)x + \cos\theta, \quad x = \cos\theta - \sin^2\theta \quad \text{이다.}$$

교점의 y 좌표는

$$\cos\theta(\cos\theta - \sin^2\theta) + (\sin\theta)y = 1, \quad y = \sin\theta(1 + \cos\theta)$$

그러므로 점 A에서 직선 ℓ 에 내린 수선의 발은

$$H(\cos\theta - \sin^2\theta, \sin\theta(1 + \cos\theta)) \quad \text{이다.}$$

(2) 삼각형 APH는 $\angle AHP = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\overline{HA} = \sqrt{(\cos\theta - \sin^2\theta + 1)^2 + (\sin\theta + \sin\theta\cos\theta)^2} = 1 + \cos\theta,$$

$$\overline{HP} = \sqrt{(\cos\theta - \sin^2\theta - \cos\theta)^2 + (\sin\theta + \sin\theta\cos\theta - \sin\theta)^2} = \sin\theta$$

이므로 삼각형 APH의 넓이를 θ 의 함수 $f(\theta)$ 로 나타내면

$$f(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)\sin\theta$$

함수 $f(\theta)$ 의 도함수는

$$\begin{aligned} f'(\theta) &= -\frac{1}{2}\sin\theta\sin\theta + \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)\cos\theta = \cos^2\theta + \frac{1}{2}\cos\theta - \frac{1}{2} \\ &= (\cos\theta - \frac{1}{2})(\cos\theta + 1) \end{aligned}$$

이므로 함수 $f(\theta)$ 의 증감표는 다음과 같다.

| | | | |
|--------------|------------------------------|-----------------------|--------------------------------|
| θ | $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{3} < \theta < \pi$ |
| $f'(\theta)$ | + | 0 | - |
| $f(\theta)$ | ↗ | $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ | ↘ |

구간 $(0, \frac{\pi}{3})$ 에서 $f'(\theta) > 0$ 이고 구간 $(\frac{\pi}{3}, \pi)$ 에서 $f'(\theta) < 0$ 이므로, 함수 $f(\theta)$ 는 구간 $(0, \frac{\pi}{3})$ 에서 증가하고,

구간 $(\frac{\pi}{3}, \pi)$ 에서 감소한다. 따라서 삼각형 APH의 넓이 $f(\theta)$ 는 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 일 때 최댓값

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

을 갖는다.

라. 문제4

출제 의도

주어진 함수의 정의를 이해하고, 연속성과 미분가능성을 이용하여 미지의 상숫값을 결정하고, 제시된 정적분을 올바르게 계산하는 능력을 평가한다.

출제 근거

1. 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | | | |
|------------|-----------------------------------|--|-----------|
| 적용 교육과정 | 수학 II - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 | | |
| | 수학 II - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 | | |
| 관련 성취기준 | 미적분 - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 | | |
| | 미적분 - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 | | |
| 관련 성취기준 | 과목명: 수학 II | | 관련 |
| | 성취기준1 | [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. | |
| | 성취기준2 | [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. | |
| | 과목명: 미적분 | | 관련 |
| | 성취기준1 | [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고 이를 활용할 수 있다. | |
| | 성취기준2 | [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. | |

2. 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-----------|--------|------|---------|
| 고등학교 교과서 | 수학 II | 김원경 외 14인 | 비상 | 2018 | 71 |
| | 수학 II | 홍성복 외 10인 | 지학사 | 2018 | 74 |
| | 미적분 | 고성은 외 5인 | 좋은책신사고 | 2019 | 127,150 |
| | 미적분 | 박교식 외 19인 | 동아출판 | 2019 | 127,151 |

문항 해설

적분으로 정의된 함수를 올바르게 파악하고, 이 함수의 연속성과 미분가능성을 이용하여 원의 일부로 정의된 함수의 성질을 파악하고, 이를 이용하여 주어진 함수의 정적분을 올바르게 구하는 문제이다.

채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--------------------------------|----|
| (1) | 주어진 함수의 성질을 파악하여 a, r 를 구한다. | 15 |
| (2) | 함수를 구간별로 올바르게 나타내고, 정적분을 구한다. | 15 |

(1) 함수 $f(x)$ 의 정의에 의하여 $x = 2$ 일 때

$$\begin{aligned} f(2) &= \int_0^2 \left| \cos \frac{\pi t}{2} \right| dt = \int_0^1 \cos \frac{\pi t}{2} dt - \int_1^2 \cos \frac{\pi t}{2} dt \\ &= \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2} \right]_0^1 - \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2} \right]_1^2 = \frac{4}{\pi} \end{aligned}$$

그러므로 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이기 위해서는 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{4}{\pi}$ 가 성립해야 한다.

또한 함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 미분가능하므로

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

실수 전체에서 정의된 함수 g 를 $g(x) = \int_0^x \left| \cos \frac{\pi t}{2} \right| dt$ 라고 하면, $g(x)$ 는 $x = 2$ 에서 미분가능하고

$$g'(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

정적분과 미분의 관계에 의하여 $g'(2) = \left| \cos \frac{2\pi}{2} \right| = 1$ 이므로

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 1$$

따라서, $2 < x \leq r + a$ 일 때

$$y = \sqrt{r^2 - (x - a)^2}, \quad (x - a)^2 + y^2 = r^2, \quad y \geq 0$$

으로 표현되는 함수의 그래프는 점 $(2, \frac{4}{\pi})$ 를 지나고 점 $(2, \frac{4}{\pi})$ 에서 접선의 기울기가 1인 원의 일부이다. 점

$(2, \frac{4}{\pi})$ 와 원의 중심 $(a, 0)$ 사이의 거리는 r 이고, 이 두 점을 지나는 직선의 기울기가 -1 이므로

$$a = 2 + \frac{4}{\pi}, \quad r = \sqrt{(a - 2)^2 + \frac{16}{\pi^2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\pi}$$

이다.

(2) 함수 $f(x)$ 는 구간 $[0, 2]$ 에서 다음과 같다.

$$f(x) = \int_0^x \cos \frac{\pi t}{2} dt = \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2} \right]_0^x = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2} \quad (0 \leq x < 1)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_0^1 \cos \frac{\pi t}{2} dt - \int_1^x \cos \frac{\pi t}{2} dt \\ &= \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2} \right]_0^1 - \left[\frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi t}{2} \right]_1^x = \frac{4}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2} \quad (1 \leq x \leq 2) \end{aligned}$$

정적분 $\int_0^{a+r} f(x) dx$ 를 구간을 나누어 나타내면

$$\int_0^{a+r} f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^{a+r} f(x) dx$$

각각의 정적분의 값을 구하면

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ &= \left[-\frac{4}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{2} \right]_0^1 = \frac{4}{\pi^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 \left(\frac{4}{\pi} - \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2} \right) dx \\ &= \left[\frac{4}{\pi} x + \frac{4}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{2} \right]_1^2 = \frac{4}{\pi} - \frac{4}{\pi^2} \end{aligned}$$

이고, 정적분 $\int_2^{a+r} f(x) dx$ 는 밑변과 높이가 $\frac{r}{\sqrt{2}}$ 인 직각삼각형의 넓이와, 반지름의 길이가 r 이고 중심각의 크

기가 $\frac{3\pi}{4}$ 인 부채꼴의 넓이의 합을 나타낸다. 즉

$$\int_2^{a+r} f(x) dx = \frac{1}{4}r^2 + \frac{1}{2}r^2 \frac{3\pi}{4} = \frac{4(2+3\pi)}{\pi^2}$$

이다. 따라서

$$\int_0^{a+r} f(x) dx = \frac{4}{\pi} + \frac{4(2+3\pi)}{\pi^2} = \frac{4(2+4\pi)}{\pi^2}$$

이다.

