

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = x^3 + 2x^2, B = 2x^3 - x^2 - 1$$

에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^3 - 3x^2 - 1$ ② $x^3 + x^2 + 1$ ③ $3x^3 + x^2 - 1$
 ④ $3x^3 + x^2 + 1$ ⑤ $3x^3 + 3x^2 - 1$

2. 실수 x 에 대한 조건

‘ x 는 음이 아닌 실수이다.’

의 진리집합은? [2점]

- ① $\{x|x < 0\}$ ② $\{x|x \leq 0\}$ ③ $\{x|x \neq 0\}$
 ④ $\{x|x \geq 0\}$ ⑤ $\{x|x > 0\}$

3. ${}_5P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

4. 수직선 위의 두 점 A(-5), B(1)에 대하여 선분 AB를 3:1로
외분하는 점의 좌표는? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

5. $(\sqrt{2} + \sqrt{-2})^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① $-4i$ ② $-2i$ ③ 0 ④ $2i$ ⑤ $4i$

7. 점 $(6, a)$ 를 지나고 직선 $3x + 2y - 1 = 0$ 에 수직인 직선이 원점을 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

6. $a + b = 2$, $a^3 + b^3 = 10$ 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

8. 이차함수 $y = x^2 + ax + a^2$ 의 그래프가 직선 $y = -x$ 에 접하도록 하는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ 2

10. 삼차방정식 $x^3 + 2x - 3 = 0$ 의 한 허근을 $a + bi$ 라 할 때, a^2b^2 의 값은? (단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{11}{16}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ $\frac{13}{16}$
- ④ $\frac{7}{8}$
- ⑤ $\frac{15}{16}$

9. 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $(a, 4\sqrt{3})$ 에서의 접선의 방정식이 $x - \sqrt{3}y + b = 0$ 일 때, $a + b + r$ 의 값은? (단, r 는 양수이고, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 17
- ② 18
- ③ 19
- ④ 20
- ⑤ 21

11. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 50 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x | x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}, B = \{x | x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$$

에 대하여 $n(A^c \cup B)$ 의 값은? [3점]

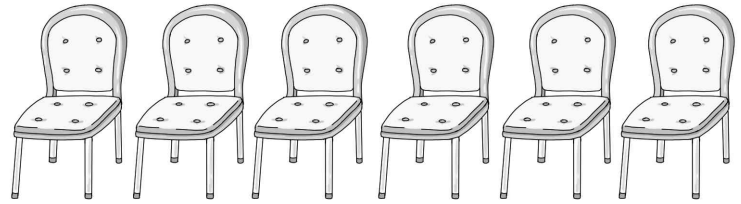
- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

12. 1학년 학생 2명과 2학년 학생 4명이 있다. 이 6명의 학생이 일렬로 나열된 6개의 의자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 앉는 경우의 수는? [3점]

(가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.

(나) 양 끝에 있는 의자에는 모두 2학년 학생이 앉는다.

- ① 96 ② 120 ③ 144 ④ 168 ⑤ 192



13. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 세 함수 f, g, h 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) f 는 항등함수이고 g 는 상수함수이다.
(나) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) + g(x) + h(x) = 7$ 이다.

$g(3) + h(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 < 0 \\ ax \geq a^2 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 4가 되도록 하는 정수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 다항식 $P(x)$ 와 상수 a 에 대하여 등식

$$x^3 - x^2 + 3x - 2 = (x+2)P(x) + ax$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $P(-2)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

16. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & (0 \leq x < 3) \\ x - 3 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

가 일대일 대응일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

17. 다음 조건을 만족시키는 허수 z 가 존재하도록 하는 두 정수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 최솟값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [4점]

(가) $z^2 + mz + n = 0$ (나) $z + \bar{z} = 8$

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

18. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: |x - k| \leq 2,$$

$$q: x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 와 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 모두 거짓이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

19. 다음 조건을 만족시키는 집합 A 의 개수는? [4점]

- (가) $\{0\} \subset A \subset \{x \mid x \text{는 실수}\}$
 (나) $a^2 - 2 \notin A$ 이면 $a \notin A$ 이다.
 (다) $n(A) = 4$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

20. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -(x-a)^2 + b & (x \leq a) \\ -\sqrt{x-a} + b & (x > a) \end{cases}$$

와 서로 다른 세 실수 α, β, γ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $\{f(x) - \alpha\}\{f(x) - \beta\} = 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값은 α, β, γ 뿐이다.
 (나) $f(\alpha) = \alpha, f(\beta) = \beta$

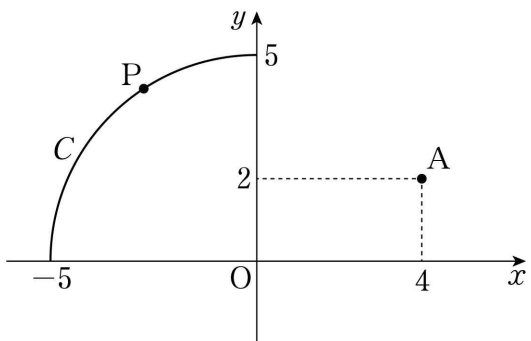
$\alpha + \beta + \gamma = 15$ 일 때, $f(\alpha + \beta)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 좌표평면 위에 사분원의 호 $C: x^2 + y^2 = 25 (x \leq 0, y \geq 0)$ 과 점 $A(4, 2)$ 가 있다. 호 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 를 삼각형 APQ 의 무게중심이 원점과 일치하도록 잡는다. 점 A 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 선분 PQ 의 중점의 좌표는 $(-2, -1)$ 이다.
 - ㄴ. 선분 $A'Q$ 의 길이는 항상 일정하다.
 - ㄷ. 삼각형 $A'QP$ 의 넓이의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M \times m = 20\sqrt{5}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



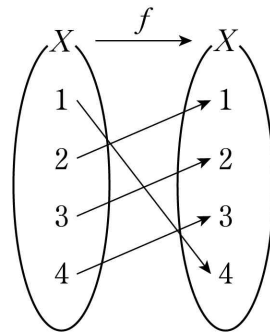
단답형

22. 두 집합

$$A = \{-7, -5, 3\}, B = \{-7, -5, 9\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하시오. [3점]

23. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1) + f^{-1}(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $P(x)$ 를 x^2+3 으로 나눈 몫이 $3x+1$, 나머지가 $x+5$ 일 때, $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

25. $-5 \leq x \leq -1$ 에서 함수 $f(x) = \sqrt{-ax+1}$ ($a > 0$)의 최댓값이 4가 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면 위의 네 점

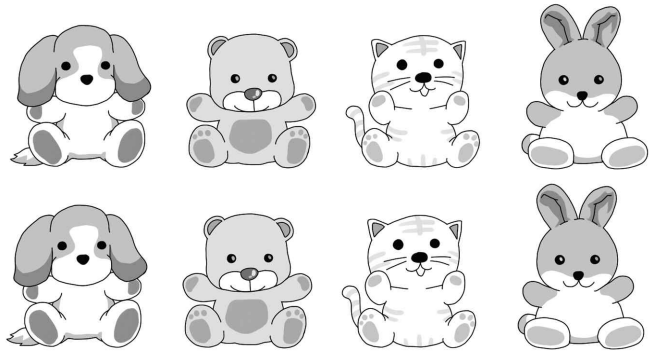
$$A(0, 1), B(0, 4), C(\sqrt{2}, p), D(3\sqrt{2}, q)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 직선 CD 의 기울기는 음수이다.

(나) $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이다.

27. 서로 다른 네 종류의 인형이 각각 2개씩 있다. 이 8개의 인형 중에서 5개를 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 인형끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]



28. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 이차함수 $y=x^2-4x+4$ 의 그래프와 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 하자.

$\frac{|x_1|+|x_2|}{2}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 원 $(x-6)^2 + y^2 = r^2$ 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (x_1, y_1) 이라 하고, 점 Q를 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 점의 좌표를 (x_2, y_2) 라 하자. $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 의 최솟값이 0이고 최댓값이 $\frac{4}{3}$ 일 때, $|r+k|$ 의 값을 구하시오. (단, $x_1 \neq x_2$ 이고, r 는 양수이다.)

[4점]

30. 두 실수 $a(a < 1)$, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-a}{x-1} + 2 & (x \leq a) \\ bx(x-a) + 1 & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍이 $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$ 일 때, $-40 \times (a_1 + b_1 + a_2 + b_2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(-2)$ 이다.
 (나) 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.