

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2 \times 16^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^3+1)}{x-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

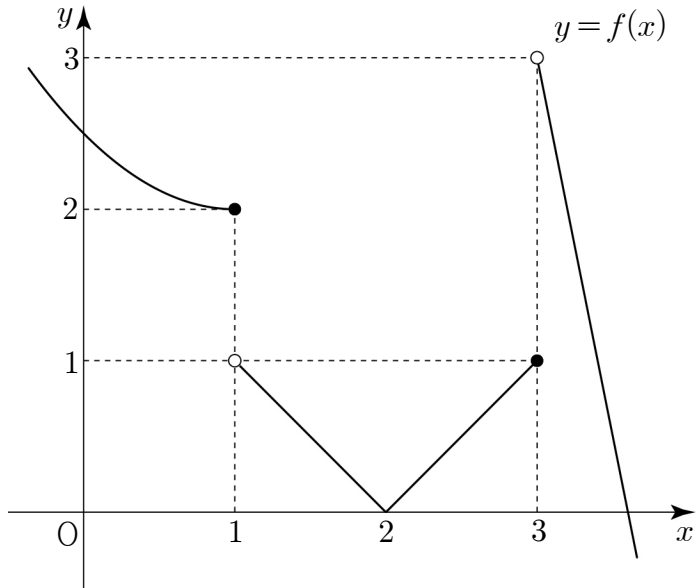
3. $4\cos\frac{\pi}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

4. 네 수 a , 4, b , 10이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a+2b$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = 2$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (2a_k - 1)^2 = 61, \quad \sum_{k=1}^5 a_k(a_k - 4) = 11$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k^2$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

8. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin^2x + 3\sin x - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② $\frac{3}{4}\pi$
- ③ π
- ④ $\frac{5}{4}\pi$
- ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

9. 두 양수 m, n 에 대하여

$$\log_2\left(m^2 + \frac{1}{4}\right) = -1, \log_2 m = 5 + 3\log_2 n$$

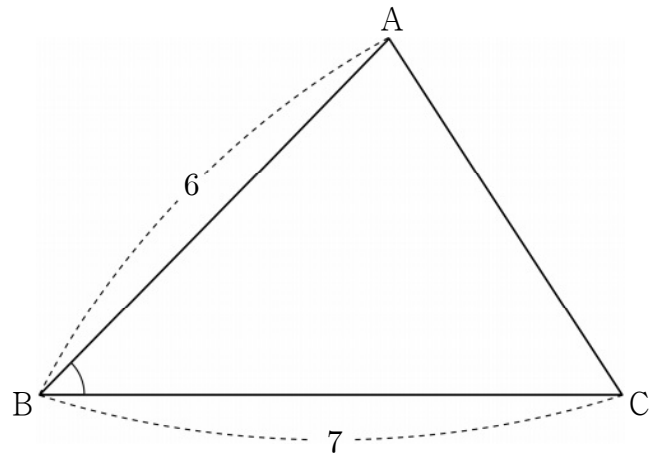
일 때, $m+n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$
- ② $\frac{11}{16}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{13}{16}$
- ⑤ $\frac{7}{8}$

10. $\overline{AB}=6, \overline{BC}=7$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 넓이가 15 일 때, $\cos(\angle ABC)$ 의 값은?

(단, $0 < \angle ABC < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{21}}{7}$
- ② $\frac{2\sqrt{6}}{7}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}}{7}$
- ④ $\frac{\sqrt{30}}{7}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{33}}{7}$



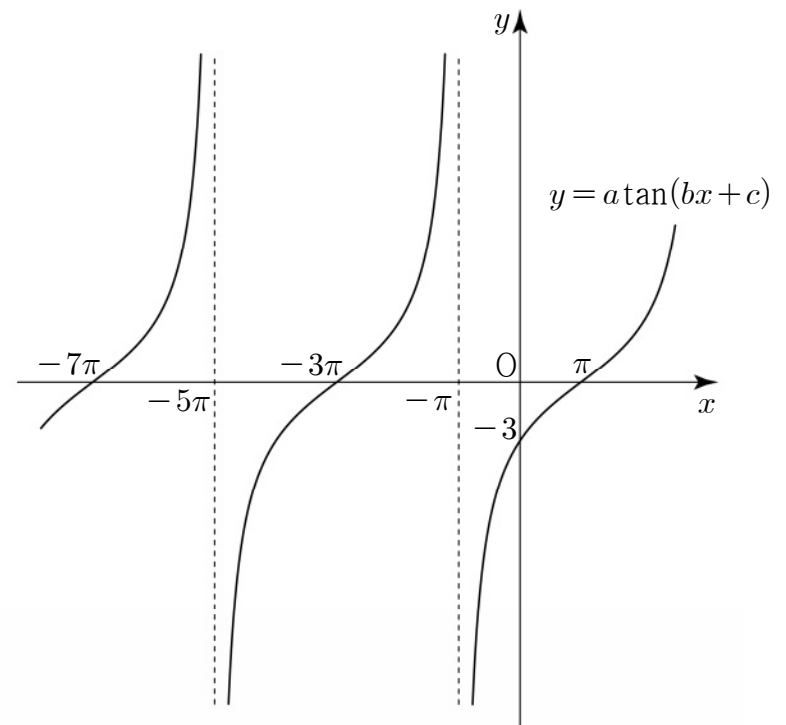
11. 첫째항이 3 이고 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_2} = \frac{6a_3}{a_5}$$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

12. 세 양수 a, b, c 에 대하여 함수 $y = a \tan(bx + c)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $0 < c < \pi$) [3점]



- ① $\frac{9}{16}\pi$ ② $\frac{5}{8}\pi$ ③ $\frac{11}{16}\pi$ ④ $\frac{3}{4}\pi$ ⑤ $\frac{13}{16}\pi$

13. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 1 & (a_n < 8) \\ \frac{1}{3}a_n & (a_n \geq 8) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{16} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 78
- ② 81
- ③ 84
- ④ 87
- ⑤ 90

14. $4 \leq n \leq 12$ 인 자연수 n 에 대하여 $n^2 - 15n + 50$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

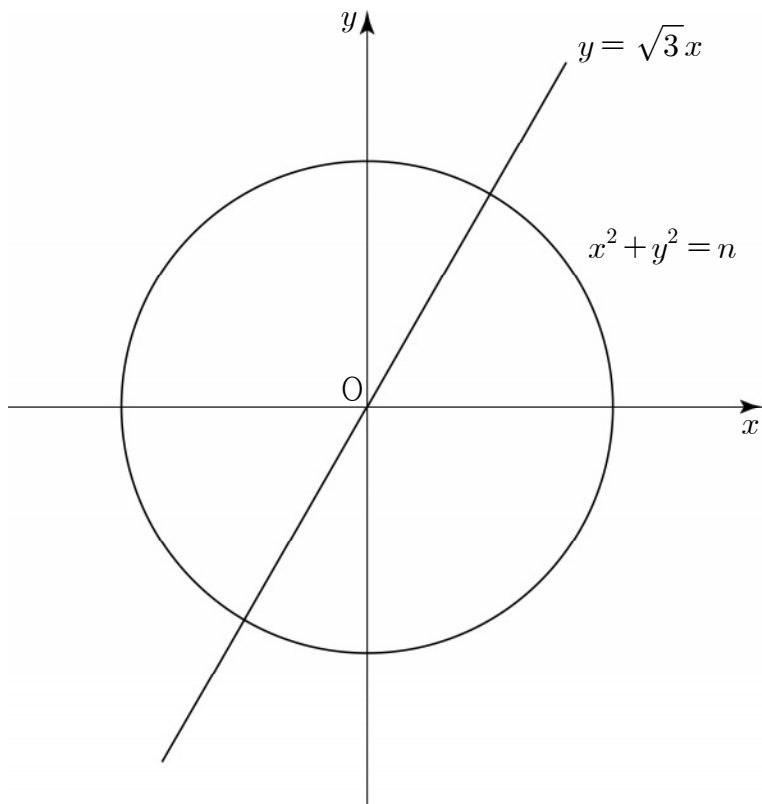
$f(n) = f(n+1)$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 21
- ⑤ 23

15. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = n$ 이 직선 $y = \sqrt{3}x$ 와 제 1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 x_n 이라 하자.

$$\sum_{k=1}^{80} \frac{1}{x_k + x_{k+1}}$$
의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16



16. 세 양수 a, b, c 가

$$2^a = 3^b = c, \quad a^2 + b^2 = 2ab(a + b - 1)$$

을 만족시킬 때, $\log_6 c$ 의 값은? [4점]

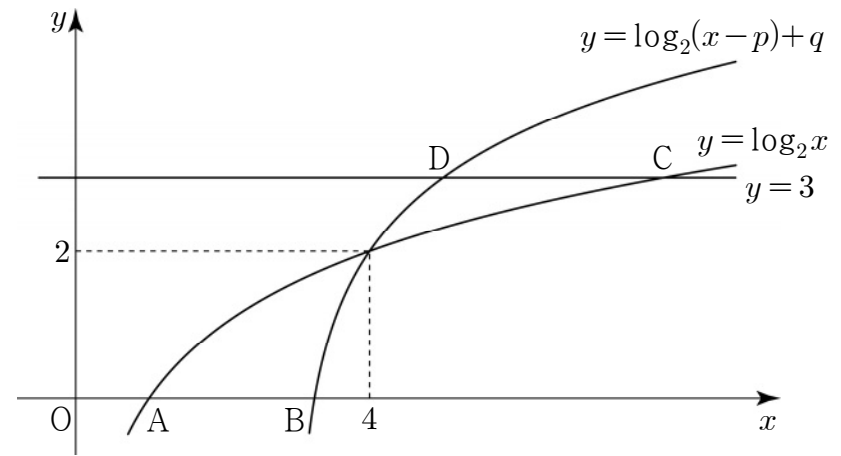
- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

17. 모든 항이 양수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 + a_6$ 의 최솟값은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 이다.
 (나) $a_3 \times a_{22} = a_7 \times a_8 + 10$

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-p) + q$ 가 점 $(4, 2)$ 에서 만난다. 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-p) + q$ 가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = 3$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{CD} - \overline{BA} = \frac{3}{4}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, $0 < p < 4$, $q > 0$) [4점]



- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 네 수 a_1, a_3, a_5, a_7 은 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룬다.
 (나) 8 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \times a_{9-n} = 75$ 이다.

$a_1 + a_2 = \frac{10}{3}$, $\sum_{k=1}^8 a_k = \frac{400}{3}$ 일 때, $a_3 + a_8$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{110}{3}$ ② 40 ③ $\frac{130}{3}$ ④ $\frac{140}{3}$ ⑤ 50

20. 이차함수 $f(x) = (x-k)^2$ ($k > 0$)이 있다. 양수 a 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 3) \\ kf(x-a) & (x > 3) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ 가 존재한다.
 (나) 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x 축과 오직 한 점에서만 만난다.

— <보 기> —

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이면 $g(2) = 0$ 이다.
 ㄴ. $g(k+a) < g(3)$
 ㄷ. $(k-1)(k-2) \geq 0$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) n 이 3의 배수가 아닌 경우 $a_{n+1} = (-1)^n \times a_n$ 이다.
- (나) n 이 3의 배수인 경우 $a_{n+3} = -a_n - n$ 이다.

$a_{20} + a_{21} = 0$ 일 때, $\sum_{k=1}^{18} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 57 ② 60 ③ 63 ④ 66 ⑤ 69

단답형

22. $\log_2 8 + \log_2 \frac{1}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 호의 길이가 2π 이고 넓이가 6π 인 부채꼴의 반지름의 길이를 구하시오. [3점]

24. 집합 $\{x \mid 1 \leq x \leq 25\}$ 에서 정의된 함수 $y = 6 \log_3(x+2)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식 $9^x - 10 \times 3^{x+1} + 81 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x) - x^2} = 1, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - f(x)}{x - 3} = 8$$

- 을 만족시킬 때, $g(5) - f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

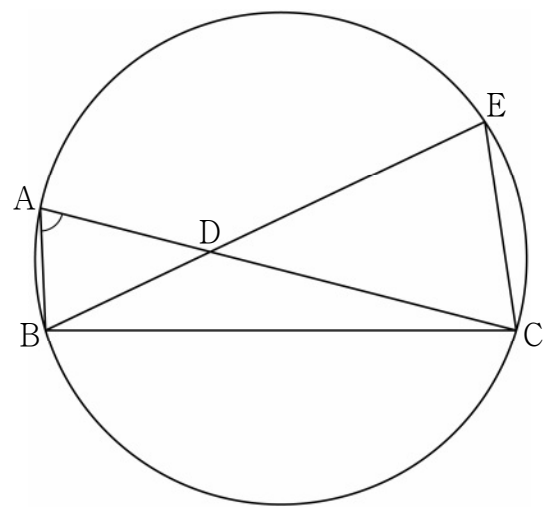
27. $n \geq 4$ 인 자연수 n 에 대하여 집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{n}{2} \cos \pi x + 1$$

이 있다. 방정식 $|f(x)| = 3$ 의 서로 다른 모든 실근의 합을 $g(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=4}^{10} g(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\cos(\angle BAC) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 인 삼각형

ABC 가 있다. 선분 AC 위의 한 점 D 에 대하여 직선 BD 가 삼각형 ABC 의 외접원과 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 E 라 하자. $\overline{DE} = 5$, $\overline{CD} + \overline{CE} = 5\sqrt{3}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 a_k 는 x 에 대한 방정식

$$x^2 + 3x + (8-k)(k-5) = 0 \text{의 근이다.}$$

(나) $a_n \times a_{n+1} \leq 0$ 을 만족시키는 10 이하의 자연수 n 의 개수는 2이다.

30. 두 양수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} |-ax^2 + b| & (x \leq 0) \\ x^2 - 2ax + b^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 는 최솟값 2를 갖고, 두 상수 α, β 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \left| \lim_{t \rightarrow \alpha^-} g(t) - \lim_{t \rightarrow \alpha^+} g(t) \right| = 2$$

$$(나) \lim_{t \rightarrow \beta^-} g(t) - \lim_{t \rightarrow \beta^+} g(t) + 1 = g(\beta)$$

$$(다) g(\alpha) \neq g(\beta)$$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha$, $\alpha + 24\beta = 30$ 일 때, $f(-2) + f(1) = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.