

# 2023학년도 수시모집 논술고사 문제지[자연계열]

수험번호		<b>■ 답안 작성시 유의사항</b> 1. 수험번호, 성명 등 자기의 신상에 관련된 사항을 답안에 드러내지 말 것 2. 답안의 글자 수는 띄어쓰기 포함 3. 각 문제별로 정해진 분량의 글을 쓰고, 연습은 문제지를 이용할 것 4. 필기구는 흑색 또는 청색 볼펜을 사용할 것 (연필, 샤프, 지우개 사용 가능/수정액, 수정테이프 사용 금지)
성명		

**[문1]**

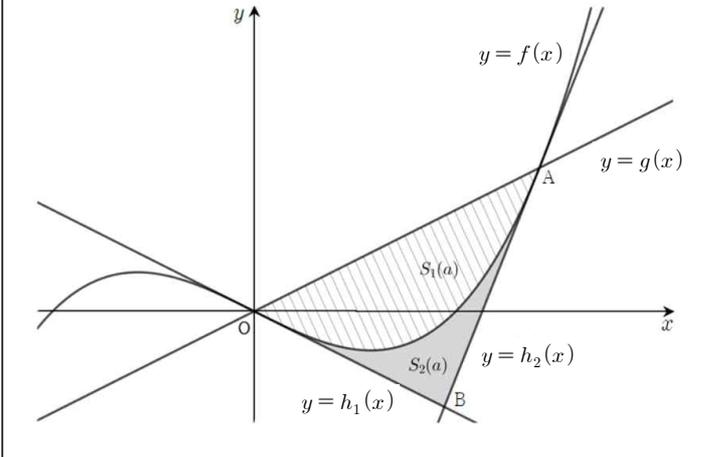
양수  $a$ 에 대하여 삼차함수  $f(x)$ 와 일차함수  $g(x)$ 가

$$f(x) = x^3 - \frac{3a^2}{2}x, \quad g(x) = \frac{3a^2}{2}x$$

이다. 그림과 같이  $x \geq 0$ 에서 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 교점 중 원점  $O$ 가 아닌 점을  $A(x_1, y_1)$ 이라 하자.

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $O$ 에서의 접선의 방정식을  $y = h_1(x)$ , 점  $A$ 에서의 접선의 방정식을  $y = h_2(x)$ 라 하고 두 접선  $y = h_1(x)$ ,  $y = h_2(x)$ 의 교점을  $B$ 라 하자.

$0 \leq x \leq x_1$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1(a)$ 라 하고 곡선  $y = f(x)$ 와 두 직선  $y = h_1(x)$ ,  $y = h_2(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2(a)$ 라 하자.



**[문제 1-1]**

점  $C(p, q)$ 는 곡선  $y = f(x)$  ( $0 < x < x_1$ ) 위의 점이다. 삼각형  $AOC$ 의 넓이가 최대가 되는 점  $C$ 를  $C_0$ 이라 하자. 점  $C_0$ 의 좌표와 삼각형  $AOC_0$ 의 넓이를 구하시오. **[35점]**

**[문제 1-2]**

점  $B$ 의 좌표를 구하고,  $S_1(a) = k \cdot S_2(a)$ 를 만족시키는 상수  $k$ 의 값을 구하시오. **[45점]**

**[문제 1-3]**

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 다음 식을 만족시키는  $\theta$ 의 값을 구하시오. **[20점]**

$$\frac{9 - 4S_1(\sin\theta)}{4S_1(\sqrt{\cos\theta}) + 8S_1(\sqrt{\sin\theta})} = \frac{1}{2}$$

[문2]

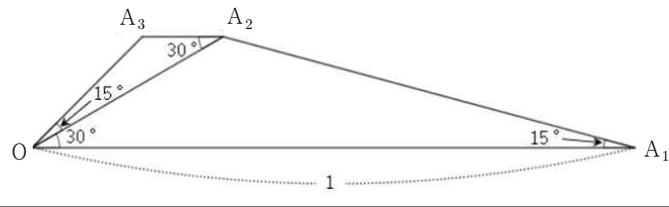
그림과 같이  $\overline{OA_1} = 1$ ,  $\angle A_1OA_2 = 30^\circ$ ,  $\angle OA_1A_2 = 15^\circ$  인 삼각형  $OA_1A_2$ 가 있다. 점  $A_3$ 은 다음 조건 (가), (나)를 만족시킨다.

- (가)  $\angle A_2OA_3 = 15^\circ$ ,  $\angle OA_2A_3 = 30^\circ$ .  
 (나) 삼각형  $OA_1A_2$ 와 삼각형  $OA_2A_3$ 은 선분  $OA_2$ 를 제외하고 겹치지 않는다.

모든 자연수  $n$ 에 대하여 점  $A_n$ 은 다음 조건 (다), (라)를 만족시킨다.

- (다)  $\angle A_{n+1}OA_{n+2} = \angle OA_nA_{n+1}$ ,  
 $\angle OA_{n+1}A_{n+2} = \angle A_nOA_{n+1}$ .  
 (라) 삼각형  $OA_nA_{n+1}$ 과 삼각형  $OA_{n+1}A_{n+2}$ 는 선분  $OA_{n+1}$ 을 제외하고 겹치지 않는다.

단,  $\sin 15^\circ = \frac{1}{4}$ 로 계산한다.



[문제 2-1]

선분  $OA_2$ 와 선분  $OA_3$ 의 길이를 각각 구하시오. [20점]

[문제 2-2]

자연수  $n$ 에 대하여 선분  $OA_n$ 의 길이를  $a_n$ 이라 하자.  $a_n$ 과  $a_{n+1}$  사이의 관계식을  $n$ 이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 구하여 수열  $a_1, a_3, a_5, \dots$ 와 수열  $a_2, a_4, a_6, \dots$ 이 등비수열임을 보이고, 두 등비수열의 첫째항과 공비를 각각 구하시오. [40점]

[문제 2-3]

자연수  $n$ 에 대하여 삼각형  $OA_nA_{n+1}$ 의 넓이를  $T_n$ 이라 하자. [문제 2-2]

의 결과를 이용하여  $\sum_{n=1}^{2N} \log_2 T_n$ 을 구하시오. 단,  $N$ 은 자연수이다. [40점]