목록

2023-한양대-모의논술-상경계열-문제 …… 1
2023-한양대-모의논술-상경계열-출제의도-평가지침 …… 3
2023-한양대-모의논술-상경계열-상경계열-예시답안 …… 6
2023-한양대-모의논술-상경계열-응시자우수답안1 …… 8
2023-한양대-모의논술-상경계열-응시자우수답안2 …… 11
2023-한양대-모의논술-인문계열-문제 …… 14
2023-한양대-모의논술-인문계열-출제의도-평가지침 …… 15
2023-한양대-모의논술-인문계열-응시자우수답안1 …… 17
2023-한양대-모의논술-인문계열-응시자우수답안2 …… 18
2023-한양대-모의논술-자연계열-문제 …… 19
2023-한양대-모의논술-자연계열-출제의도-평가지침 …… 21
2023-한양대-모의논술-자연계열-예시답안 …… 23
2023-한양대-모의논술-자연계열-응시자우수답안1 …… 25
2023-한양대-모의논술-자연계열-응시자우수답안2 …… 31

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시

상경 계열

모 의 논 술

수험번호 (   ) 성명 (   )

[문제 1번] (600자, 50점)

[문제] (가)에 제시된 개념에 근거하여 (나)에서 자라와 토끼 간, 토끼와 용왕 간의 두 가지 거래를 분석한 후, 전자의 상황에서 토끼가, 후자의 상황에서 용왕이 취했어야 할 바람직한 대응 전략을 재화나 서비스의 공급과 소비의 상황에 대입하여 각각 서술하시오. (600자, 50점)

(가)

정보 비대칭(information asymmetry)은 경제학에서 시장에서 거래에 참여하는 경제 주체 사이에 정보의 양과 질 면에서 격차가 생기는 현상 또는 그러한 성질을 말한다. 상대적으로 많은 정보를 가지고 있는 쪽을 정보 우위, 그 반대 상황에 있는 쪽을 정보 열위에 있다고 한다. 소비자와 공급자는 모두 재화나 서비스의 성격에 따라 정보 우위에 놓일 수도 있고 정보 열위에 놓일 수도 있다. 정보 비대칭은 역선택이나 도덕적 해이 등 시장을 교란하는 결과를 낳는다.

(나)

수궁에서 용왕이 걸린 병을 치료하기 위해 자라는 토끼의 간을 구하러 육지에 나간다. 육지에서 토끼를 만난 자라는 토끼가 육지에서 당하는 여러 가지 고난을 언급하고, 수궁에 가면 어떠한 고난도 없이 높은 벼슬을 얻고 향락을 즐길 수 있게 해 준다는 약속으로 토끼를 유혹하여 수궁으로 데려간다. 토끼는 수궁에 도착한 후 자신의 간이 용왕의 병을 치료하는 약으로 제공되어야 한다는 사실을 안다. 이에 토끼는 자신이 다른 생명체와 달리 간을 뺐다 넣었다 한다면서 자라가 자신을 데려올 때 하필 간을 빼서 나무에 걸어둔 채 왔다고 둘러댄 후, 자신을 육지로 보내주면 간을 가져오겠다고 용왕에게 약속하고 수궁을 탈출하여 육지로 귀환한다.

뒷면에 계속 ☞

[문제 2번] **다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)**

1. 정육면체의 여섯 면에 1부터 6까지의 숫자를 하나씩 적어 주사위를 만들고, 이 주사위를 던져서 나온 숫자와 그 정 반대편 면에 적힌 숫자의 합을 확률변수 X라 정의한다. 즉, 확률변수 X의 분포는 주사위 숫자의 배치에 따라 달라질 수 있다. 이 때 X의 분산이 가질 수 있는 최댓값을 구하여라.

2. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$이고 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\mathrm{P}(1.5 \le X \le 6)$의 값은?

(가) 0이 아닌 상수 a에 대하여 $0 \le x \le 2$일 때, $f(x) = a|x-1| - a$이다.

(나) $2 \le x \le 4$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = \dfrac{1}{3}f(4-x)$이다.

(다) $4 \le x \le 6$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) = 2f(6-x)$이다.

3. 2022개의 항아리가 있고 각 항아리에는 r개의 빨간 공과 b개의 파란 공이 담겨있다고 가정하자. 첫 번째 항아리에서 공 한 개가 무작위로 선택되어 두 번째 항아리로 옮겨지고, 그 후 두 번째 항아리에서 공 한 개가 무작위로 선택되어 세 번째 항아리로 옮겨지는 과정이 순차적으로 이루어진다. 최종적으로 2022번째 항아리에서 공 한 개가 무작위로 선택될 때 이 공이 빨간 공일 확률은 무엇인가?

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

상경 계열

출제 의도 및 평가 지침

1번

1. 출제 의도 및 문제 해설

이 논제는 주로 경제학에서 쓰이는 정보 비대칭 개념을 활용하여 구체적인 상황을 분석할 수 있는 능력이 있는지, 그리고 경제 활동에서 일어나는 소비자나 공급자로서 취해야 할 자세를 유추하여 서술할 수 있는 능력이 있는지를 측정하고자 하였다.

지문 (가)는 정보 비대칭 개념에 대한 사전식 설명이다. 거래의 두 주체 사이에 형성되는 정보의 비대칭 관계는 항존적인 요소인데, 이것이 악용될 경우에 발생할 수 있는 문제점까지 제시하였다. 이 개념은 고등학교 경제 교과서에 등장한다(허수미 외, 『고등학교 경제』, 지학사, 75면 및 김진영 외, 『고등학교 경제』, 미래엔, 73면 등). 지문에 제시된 내용 또한 교과서에 서술된 내용의 수준과 범위를 벗어나지 않는다. 따라서 수험생 입장에서 이를 이해하는 데는 전혀 어려움이 없을 것으로 보인다. 지문 (나)는 한국 고전소설인 <토끼전>의 내용을 압축한 것이다. 학생들이 중학교나 고등학교 국어 혹은 문학 교과서에서 한번쯤은 접해 봤음직한 작품으로서 친숙도가 매우 높다. 그러나 전혀 이질적인 분야의 이질적인 텍스트를 서로 연결해야 한다는 점에서 지문을 각각 이해하는 과업과는 별개로 수준 높은 사고력을 요구하고 있는 문항이다.

2. 분석적 평가의 영역, 세부 항목 및 배점

<table>
<tr><th>영 역</th><th colspan="2">항목과 핵심 내용</th><th>배 점</th></tr>
<tr><td>구성과 전개</td><td colspan="2">(가)의 핵심적인 개념인 정보 비대칭과 이에 수반되는 정보 우위 및 정보 열위 개념을 두루 활용하여 (나)의 내용을 분석하는 전반부와, 토끼와 용왕이 취했어야 할 바람직한 자세를 서술하는 후반부를 적절하게 균형을 맞추어 서술</td><td>10%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">내용 이해와 분석</td><td>(가)의 개념을 활용하여 (나)의 상황에 대한 분석</td><td>○ (나)의 내용 중 자라가 토끼를 유혹하는 장면에서 자라가 정보 우위에, 토끼가 정보 열위에 있다는 점을 근거로 정보 비대칭을 설명
○ (나)의 내용 중 토끼가 용왕을 속이는 장면에서 토끼가 정보 우위에, 용왕이 정보 열위에 있다는 점을 근거로 정보 비대칭을 설명</td><td>40%</td></tr>
<tr><td>(나)에서 토끼와 용왕이 소비자나 공급자의 입장에서 취했어야 할 바람직한 자세 제시</td><td>○ 토끼는 자라의 유혹에 넘어가기 전에 자라의 말이 정확한 사실에 근거하고 있는지, 실현 가능성이 있는지를 점검했어야 함.
○ 용왕은 토끼를 놓아주기 전에 토끼의 말이 정확한 사실에 근거하고 있는지, 약속을 지킬 수 가능성이 있는지를 점검했어야 함.</td><td>40%</td></tr>
<tr><td>논리와 표현</td><td colspan="2">설명 내용의 정확성과 정합성, 문장 간의 논리적 긴밀성, 자신의 언어로 전환한 표현</td><td>10%</td></tr>
</table>

3. 종합적 평가의 기준과 내용

종합 점수	〈A〉 상-중-하	〈B〉 상-중-하	〈C〉 상-중-하	〈F〉
평가 내용	① (나)의 내용 중 자라가 토끼를 유혹하는 장면에서 자라가 정보 우위에, 토끼가 정보 열위에 있다는 점을 근거로 정보 비대칭을 설명하였다. ② (나)의 내용 중 토끼가 용왕을 속이는 장면에서 토끼가 정보 우위에, 용왕이 정보 열위에 있다는 점을 근거로 정보 비대칭을 설명하였다. ③ 토끼는 자라의 유혹에 넘어가기 전에 자라의 말이 정확한 사실에 근거하고 있는지, 실현 가능성이 있는지를 점검했어야 한다는 내용을 서술하였다. ④ 용왕은 토끼를 놓아주기 전에 토끼의 말이 정확한 사실에 근거하고 있는지, 약속을 지킬 수 가능성이 있는지를 점검했어야 한다는 내용을 서술하였다.	①~④ 중 세 가지 사항은 충분히 만족하였으나 나머지 한 가지의 서술이 다소 미흡함	①~④ 중 두 가지 사항은 충분히 만족하였으나 나머지에 대해서는 서술 내용이 다소 미흡함	○ 논지와 상관없이 피상적인 서술에 그친 경우 ○ 300자 미만

4. 형식상의 감점 내용

(1) 분량 및 어문 규범

분량	550자 이상 650자 이내	650자 초과	500자 이상 550자 미만	450자 이상 500자 미만	400자 이상 450자 미만	350자 이상 400자 미만	300자 이상 350자 미만	300자 미만
	감점 없음	-2점	-2점	-4점	-6점	-8점	-10점	-15점

원고지 사용법·어문규정	상 (0-1개 틀림)	중 (2-5개 틀림)	하 (6개 이상 틀림)
	감점 없음	-1 ~ -2점	-3 ~ -5점

(2) 내용 조직

- 문장과 문장의 연결이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락의 구분이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락 내의 형식적·내용적 통일성을 갖추지 못한 경우: -2점

5. 유의 사항

- 주어진 글에 나타난 구절을 그대로 반복해서 사용하고 나열하는 것은 감점 요인임.
- 원고지 사용법과 어문 규정을 적용하되, 감점은 두드러지게 틀린 경우에만 적용함.
- '서론-본론-결론'의 형식을 갖추었는지의 여부는 평가에 반영하지 않음.

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시 모의논술고사		
상경 계열	**출제 의도 및 평가 지침**	2번

1. 출제 의도 및 문제 해설

고등학교 수학 교육의 정상화를 위하여 철저하게 교과서 중심의 문제 출제를 우선하였으며, 정상적인 고등학교 수학교과를 이수한 수험생이라면 충분히 풀 수 있는 문제를 출제하였다. 수학 I 범위에 속하는 수학적 귀납법, 확률과 통계 범위에 속하는 경우의 수, 여사건의 확률, 조건부 확률, 연속확률변수의 확률분포 등의 개념을 포괄적으로 이해하고 있는지를 물었다. 해당 개념을 잘 숙지하여 구체적인 예시에 적용할 수 있는지를 확인하였다.

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	50	확률변수 X의 분산이 언제 커지는지 개념적으로 이해하고 있는가?	30
		확률변수 X의 분산을 식으로 나타내고 정확히 계산하였는가?	20
2	·	문제 오류로 채점에서 제외	·
3	50	주어진 상황을 이해하고 구하고자 하는 확률을 정확히 표현하였는가?	20
		구하고자 하는 확률이 모든 $i=1,\dots,2022$ 에 대하여 i번째 항아리에서 무작위로 뽑은 한 개의 공이 빨간색일 확률과 동일함을 파악하고 이를 수학적 귀납법 또는 그와 유사한 과정을 통해 증명하였는가?	30

3. 출제 근거

황선욱 외, 고등학교 수학 I, MiraeN
- 수학적 귀납법, p.158

황선욱 외, 고등학교 확률과 통계, MiraeN
- 여사건의 확률, p.52
- 조건부확률, p.58
- 연속확률변수의 확률분포, p.83
- 이산확률변수의 기댓값과 표준편차, p.86

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시

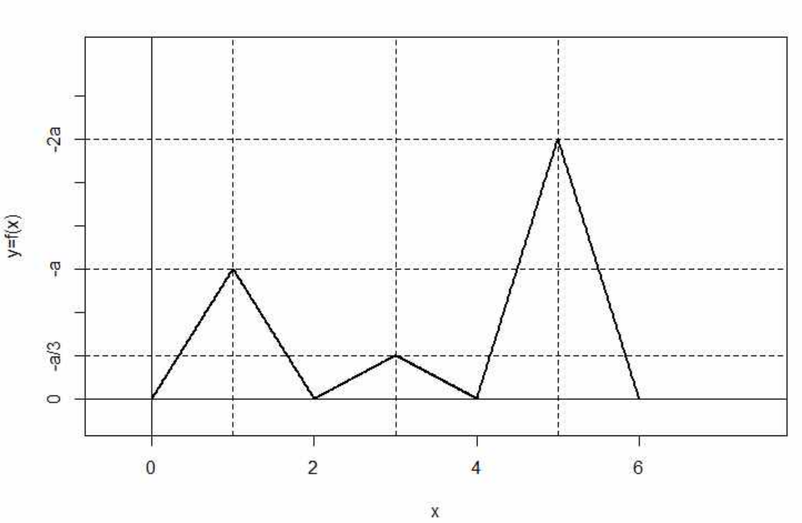
상경 계열	모 의 논 술 예 시 답 안	2번

1. 1부터 6까지의 숫자를 3개의 순서쌍으로 나누어 $(a_1,a_2),(a_3,a_4),(a_5,a_6)$라 하고, 각각의 순서쌍을 서로 마주보는 면에 적는다고 가정하자. 그러면 X의 기댓값은 $(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)/3=7$로 항상 일정하게 됨을 알 수 있다. 따라서 X의 분산은 $[(a_1+a_2-7)^2+(a_3+a_4-7)^2+(a_5+a_6-7)^2]/3$이 되는데, 이를 계산해 보면

$$\frac{1}{3}[(a_1+a_2-7)^2+(a_3+a_4-7)^2+(a_5+a_6-7)^2]=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{6}a_i^2+\frac{2}{3}(a_1a_2+a_3a_4+a_5a_6)-\frac{14}{3}\sum_{i=1}^{6}a_i+49$$

를 얻는다. 여기서 $\sum_{i=1}^{6}a_i^2=91$, $\sum_{i=1}^{6}a_i=21$로 고정이므로 $a_1a_2+a_3a_4+a_5a_6$의 최댓값을 구하면 되는데, 경우를 나누어 생각하면 각각의 $a_i=i$일 때 44가 최댓값임을 알 수 있다. 따라서 분산의 최댓값은 32/3이다.

2. 확률밀도함수는 항상 0보다 크거나 같으므로 $a\le 0$임을 알 수 있다. 조건 (가)에서 $f(0)=f(2)=0$이고, 조건 (나)에서 $f(x)=\frac{1}{3}f(4-x)$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프의 $2\le x\le 4$인 부분은 $0\le x\le 2$인 부분을 y축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 4만큼 평행 이동한 다음 함숫값을 $\frac{1}{3}$배 한 것이다. 마찬가지로 조건 (다)에서 $f(x)=2f(6-x)$이므로 $y=f(x)$의 그래프의 $4\le x\le 6$인 부분은 $0\le x\le 2$인 부분을 y축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 6만큼 평행 이동한 다음 함숫값을 2배 한 것이다. 따라서 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.



이때 확률밀도함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로

$\frac{1}{2}\times 2\times(-a)+\frac{1}{2}\times 2\times\left(-\frac{a}{3}\right)+\frac{1}{2}\times 2\times(-2a)=1$에서 $a=-\frac{3}{10}=-0.3$이다.

따라서 $0\le x\le 2$일 때, $f(x)=-0.3|x-1|+0.3$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(1.5\le X\le 6)&=\mathrm{P}(1.5\le X\le 2)+\mathrm{P}(2\le X\le 4)+\mathrm{P}(4\le X\le 6)\\&=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{20}+\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{10}+\frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{5}\\&=\frac{59}{80}.\end{aligned}$$

3. 사실 구하고자 하는 확률은 모든 $i=1,\dots,2022$에 대하여 i번째 항아리에서 무작위로 뽑은 한 개의 공이 빨간색일 확률과 동일하고 이는 수학적 귀납법을 사용하여 증명할 수 있다.

우선 A_i는 i번째 항아리에서 빨간 공을 뽑은 사건이라고 하자 ($i=1,\dots,2022$). 그러면 수학적 귀납법을 통해 다음이 성립한다.

1) $i=1$일 때, $P(A_1)=\frac{r}{r+b}$ 임을 손쉽게 알 수 있다.

2) $i=n$일 때, $P(A_n)=\frac{r}{r+b}$ 임을 가정한다.

3) $i=n+1$일 때, 조건부 확률을 이용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(A_{n+1}) &= \mathrm{P}(A_{n+1}\cap A_n)+\mathrm{P}(A_{n+1}\cap A_n^c) \\
&= \mathrm{P}(A_{n+1}|A_n)\times\mathrm{P}(A_n)+\mathrm{P}(A_{n+1}|A_n^c)\times\mathrm{P}(A_n^c) \\
&= \frac{r+1}{r+b+1}\times\frac{r}{r+b}+\frac{r}{r+b+1}\times\frac{b}{r+b} \\
&= \frac{r(r+b+1)}{(r+b+1)(r+b)}=\frac{r}{r+b}.
\end{aligned}$$

따라서 모든 $i=1,\dots,2022$에 대하여 $\mathrm{P}(A_i)=\frac{r}{r+b}$ 임을 알 수 있고 찾고자 하는 확률은 $\mathrm{P}(A_{2022})=\frac{r}{r+b}$ 이다.

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/4

제시문에 나타난 자라와 토끼 간 거래에서 용왕의 병을 치료하려면 토끼의 간이 필요하다는 정보를 알고 있고 수중에 가면 막대한 보상을 주겠다는 거짓 정보를 고한 자라가 정보 우위에 놓여 있다. 토끼는 이 거래에서 자라가 자신에게 원하는 것이 무엇인지 알지 못했으므로 정보 열위에 놓여 있다. 이 상황에서 토끼는 자라의 재화나 서비스의 공급에 따라 자신은 무엇을 소비해야 하는지 명확히 확인하고 거래 진행 여부를 결정했어야 했다. 그리고 토끼가 이 거래를 선택하는 입장에서 거래를 거부할 수 있다는 선택의 우위를 이용하여 정보의 비대칭성을 타파할 수 있다. 이에 비해 토끼와 용왕 간의 거래는 자신의 간에 대한 부적합한 정보를 고한 토끼가 정보 우위에 놓여있고 토끼의 정보의 진위 여부를 파악하지 못한 용왕이 정보 열위에 놓여있다. 이 상황에서 토끼는 자신을 육지로 보내주면 간을 가져오겠다는 거래를 제안하는데 용왕은 거래를 승낙하기 전 토끼의 정보가 진실인지 파악하고 재화의 상태를 본 다음 거래를 진행했어야 했다. 그리고 용왕은 토끼에게 재화 공급을 받아야 하는 입장이고 정보 열위에 놓여있지만 수궁이라는 공간에서 지위를 이용하여 정보를 추가 요구할 수 있다.

한양대학교

답안지 (상경계열)

[문제 2-1]

정육면체 주사위는 총 3쌍의 앞, 뒤 면을 갖는다.

예를 들어,

앞	1	2	3
뒤	6	5	4

일 때

	(1,6)	(2,5)	(3,4)	
X	7	7	7	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

이다.

이때 $E(X) = 7$, $V(X) = 0$이 된다.

따라서 분산의 최대값은 X가 평균에서 가장 멀리 떨어졌을 때 구할 수 있다.

앞	1	3	5
뒤	2	4	6

일 때

	(1,2)	(3,4)	(5,6)	
X	3	7	11	계
$P(X=x$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1

이므로

$E(X) = 7$, $V(X) = \frac{9}{3} + \frac{49}{3} + \frac{121}{3} - 49$

$= \frac{32}{3}$

$\therefore \frac{32}{3}$

한양대학교 답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		3/3

[문제 2-3]

첫 번째 시행 $\frac{r}{r+b}$ 빨간공 $\frac{b}{r+b}$ 파란공

두 번째 시행 $\frac{r+1}{r+b+1}$ 빨간공 $\frac{b}{r+b+1}$ 파란공 $\frac{r}{r+b+1}$ 빨간공 $\frac{b+1}{r+b+1}$ 파란공

여기서 빨간 공을 뽑을 확률은

$$\frac{r}{r+b} \times \frac{r+1}{r+b+1} + \frac{b}{r+b} \times \frac{r}{r+b+1} = \frac{r(r+1) + br}{(r+b)(r+b+1)}$$

$$= \frac{r(r+b+1)}{(r+b)(r+b+1)}$$

$$= \frac{r}{r+b} \text{ 이 된다.}$$

$\frac{r}{r+b}$ 은 첫 번째 시행에서 빨간 공을 뽑을 확률과 같으므로

2022번째까지 위의 과정이 반복된다

$\therefore \frac{r}{r+b}$

3

(나)에서 자라와 토끼간의 거래는 자라가 정보 우위에 있고 토끼가 정보 열위에 있다. 또한, 토끼와 용왕의 거래에서 토끼가 정보 우위에 있고 용왕은 정보 열위에 있다.

전자의 상황에서 토끼는 수궁에 대한 정보의 질을 확인했어야 한다. 재화나 서비스의 공급은 거북이의 거짓된 정보로 많았다. 토끼의 니즈를 파악한 거북이가 거짓된 정보를 제공하여 결국 토끼는 넘어가게 된것이다. 이는 소비자의 정보 열위가 공급자에게 유리하게 미친 상황이다. 토끼는 자신의 욕망을 위하여 객관적인 정보에 대한 판단없이 도덕적 해이로 인해서 자라를 따라갔다. 토끼는 정보의 사실성을 보장받기 위해 수중에서의 풍경이나 용왕의 토끼에 대한 벼슬을 준다는 확인서를 요구하여야 한다.

후자의 상황에서 용왕은 정보의 사실성을 확인했어야 한다. 재화나 서비스의 공급은 토끼의 양이 적고 불확실한 정보이다. 용왕이 토끼에 대한 확실한 정보가 없었기 때문에 토끼를 보내준 것이다. 이는 소비자의 정보 열위로 인하여 소비의 상황이 공급자에게 유리하게 적용되는 것으로 볼 수 있다. 소비자의 많지 않은 정보에 공급자를 믿을 수 밖에 없던 상황이다. 용왕은 다른 자라를 보내 좀 더 확실한 토끼가 간을 뺐다 넣었다 할 수 있는 지에 대한 확인을 했어야 했다

한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/3

[문제 2-1]

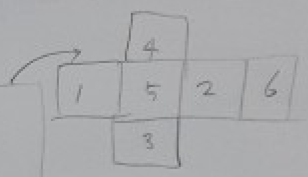
분산은 평균으로 부터 흩어진 정도이다. 평균을 기준으로 합의 값을 양극화 시키면 분산의 최댓값을 구할 수 있다.

1, 2, 3, 4, 5, 6

합의 최대 : 5+6 = 11

합의 최소 : 1+2 = 3

합의 평균 : 7 ⟶ 3+4로 나타낼수 있다.



X	3	7	11
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

X^2	9	49	121
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$E(X) = 1 + \frac{7}{3} + \frac{11}{3} = 7$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= 3 + \frac{49}{3} + \frac{121}{3} - 49$

$= 3 + \frac{170}{3} - \frac{147}{3}$

$= 3 + \frac{23}{3}$

$= \frac{32}{3}$

분산의 최댓값은 $\frac{32}{3}$

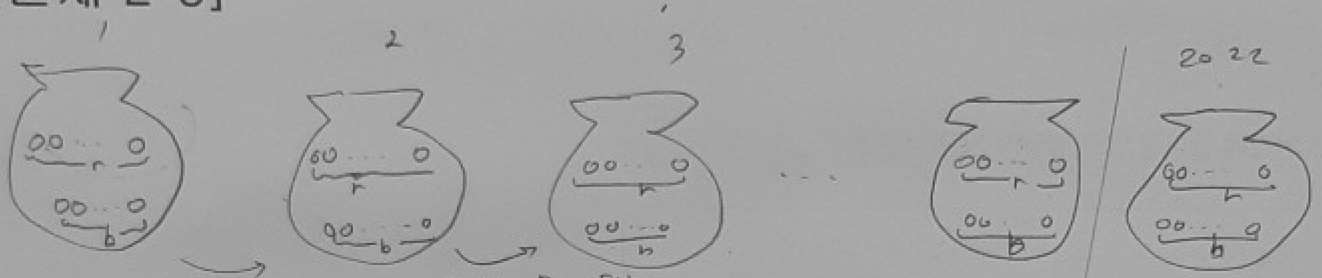
한양대학교

답안지 (상경계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		4/4

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		3/3

[문제 2-3]



빨나올 $\frac{r}{b+r}$

파가나올확률 $\frac{b}{b+r}$

빨빨 $\frac{r}{b+r} \times \frac{r+1}{b+r+1}$

빨파 $\frac{r}{b+r} \times \frac{b}{b+r+1}$

파파 $\frac{b}{b+r} \times \frac{b+1}{b+r+1}$

파빨 $\frac{b}{b+r} \times \frac{r}{b+r+1}$

빨이 나올 확률

$$\frac{r}{b+r} \times \frac{r+1}{b+r+1} + \frac{b}{b+r} \times \frac{r}{b+r+1} = \frac{r}{b+r+1} \times \left(\frac{b+r+1}{b+r}\right) = \frac{r}{b+r}$$

파가 나올 확률

$$\frac{r}{b+r} \times \frac{b}{b+r+1} + \frac{b}{b+r} \times \frac{b+1}{b+r+1} = \frac{b}{b+r+1}\left(\frac{b+r+1}{b+r}\right) = \frac{b}{b+r}$$

⇒ 몇번째 단지에 상관 없이 언제나 빨 또는 파가 넘어갈 확률은 일정

∴ 2022에 빨간공일 확률은 $\frac{r}{b+r}$

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시

인문 계열

모 의 논 술

수험번호 (   ) 성명 (   )

[문제] (가)와 (나)에서 긍정적으로 강조하는 ‘윤리’와 ‘정체성’의 의미를 각각 설명하고, (다)의 사례를 활용하여 ㉡의 입장에서 ㉠을 비판적으로 서술하시오.(1200자, 100점)

(가) 행위자는 자신의 행위에 책임을 져야 한다. 비록 원인이 악행이 아니었다 할지라도, 그리고 결과가 예견된 것도 아니고 의도된 것도 아니라고 할지라도 자신이 저지른 피해를 보상해야만 한다. 내 자신이 능동적 원인이었다는 사실만으로 충분하다. 그러나 이는 책임 소재가 분명하고, 결과가 예측할 수 없는 영역으로 사라지지 않을 정도로 행위와 밀접한 인과적 관계가 있을 때에만 그렇다. 그런데 행해진 것에 대한 사후적 책임 부과와 관련되지 않고 행위되어야 할 것의 결정과 관련된 전혀 다른 책임의 개념이 있다. 이에 따르면 나는 나의 행동 결과에 관해 책임이 있다고 느끼는 것이 아니라 나의 행위로 인해 앞으로 발생할 사태에 관해 책임이 있다고 느낀다. 책임의 대상은 나의 밖에 놓여 있기는 하지만 나의 권력에 의존하고 또 나의 권력 작용 영역 안에 있게 된다. 권력은 이미 나의 것이고 이 사태에 대한 원인적 관계를 가지고 있는 까닭에 책임도 나의 것이 된다. 오늘날 필요한 책임의 윤리에 관해 말한다면, 우리는 이러한 종류의 책임을 말하는 것이지, 이미 지나간 자신의 행위에 대한 ㉠낡은 의미의 책임을 말하는 것이 아니다.

(나) 삶의 의미를 추구하며 자신의 정체성을 유의미하게 만들고자 하는 사람은 자신의 존재를 중요한 문제들의 지평 앞으로 이끌어내야 한다. 사회 혹은 자연의 요구들에 정면 대립하면서, 역사나 연대적 고리를 차단해가면서, 오직 자기실현에만 골몰하고 있는 양태들 속에서 이상은 스스로 파괴되게 마련이기 때문이다. 이렇게 자기만을 중심에 놓는 나르시시즘의 형태들은 참으로 천박하고 진부하다. 그런 삶들은 안목이 매우 좁은 것이 아닐 수 없다. 그러나 이렇게 된 것은 이런 삶들이 자기 진실성의 문화에 속해 있지 않고 ㉡자기 진실성의 요구들에 정면으로 배치되고 있기 때문이다. 자신을 넘어서는 영역에서 생겨나는 요구들을 차단한다는 말은 의미 창출의 조건을 억제하는 것이다. 그러나 사람들이 지금 이 자리에서 도덕적 이상을 추구하고 있는 만큼, 이상의 추구를 포기하는 자기 폐쇄는 자신을 윤리적으로 망쳐버릴 수밖에 없다. 왜냐하면 자기 폐쇄는 이상 실현의 조건들을 파괴하기 때문이다. 달리 말하자면, 삶에 의미가 있는 것들을 배경에 두고서 우리는 자기 정체성을 규정할 수 있다. 그러나 좁은 나 자신 속에 들어 있는 것을 제외한 모든 것들을 괄호 속에 묶는다는 것은 내 삶에 의미 있는 모든 가능한 사항들을 배제하는 것을 말한다. 따라서 역사나 현실의 요구, 동료 인간에 대한 책임, 시민의 의무 등이 결정적으로 문젯거리가 되는 세상에 존재할 때에만 나는 진부하지 않은 나의 정체성을 스스로 결정할 수 있다. 자기 진실성은 자신을 넘어서는 영역으로부터 오는 요구들의 적이 아니다. 그것은 오히려 그러한 요구들을 전제하고 있기 때문이다.

(다)
사람이 온다는 건
실은 어마어마한 일이다.
그는
그의 과거와 현재와
그리고
그의 미래와 함께 오기 때문이다.
한 사람의 일생이 오기 때문이다.
부서지기 쉬운
그래서 부서지기도 했을
마음이 오는 것이다.
그 갈피를
아마 바람은 더듬어 볼 수 있을 마음.
내 마음이 그런 바람을 흉내낸다면
필경 환대가 될 것이다. – 정현종, <방문객>

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

인문 계열

출제 의도 및 평가 지침

■ 출제 의도 및 문제 해설

이번 모의논술 문제는 타자에 대한 책임의 윤리를 강조하는 제시문들을 통해 그러한 의제가 어떤 가치와 지향을 지니는지를 성찰하는 방향으로 설계되었다. 지문 (가)의 맥락에서 새로운 윤리의 맥락을 이해하고, (나)에서 강조된 자기 진실성 개념을 (다)의 시에 포함된 함축적 의미와 연결하도록 하였다. 모든 제시문을 활용해서 답안을 작성하도록 하였다. 이러한 과정에서 경험에 근거한 합리적 이유를 추론하는 능력, 주어진 맥락에 비추어 함축성 높은 시어의 의미를 해석하는 능력, 자료를 활용하여 자신의 의견을 논증하는 능력을 두루 평가하고자 하였다. 지문 (가)는 H. 요나스의『책임의 원칙』에 있는 내용을 재구성한 것이고, (나)는 찰스 테일러의『불안한 현대사회』의 한 대목이며, (다)는 정현종의 시편이다. 고등학교 '생활과 윤리' 교과서의 '과학과 윤리' 내용을 참고하였으며, 고등학교 독서 교과서의 '정보화 시대의 독서 생활' 단원과의 연계를 실현하고자 하였다. 지문은 교과서에 실린 글과 외부의 글을 균형 있게 실었으며, 교육과정을 정상적으로 공부한 고등학생이라면 별 어려움 없이 글의 핵심 내용을 이해하고 이를 바탕으로 자신의 의견을 개진할 수 있도록 구성되었다.

1. 평가의 내용

1) (가)와 (나)의 핵심 키워드를 제대로 이해하였는지 여부
2) (나)의 맥락에서 (가)의 비판적 논점을 잘 연결하였는지 여부
3) 이를 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하여 제시했는지 여부

2. 분석적 평가의 영역, 세부 항목 및 배점

<table>
<tr><th>영 역</th><th colspan="2">항목과 핵심 내용</th><th>배 점</th></tr>
<tr><td>구성과 전개</td><td colspan="2">(가)와 (나)의 키워드를 충실하게 설명하고 그 맥락에서 (나)의 입장에서 (가)의 비판적 논점을 연결한 후, 이를 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하여 설득력 있게 제시하였다.</td><td>20</td></tr>
<tr><td rowspan="3">분석적인 추론, 상징적 의미의 발견 및 창의적인 대응 방안 제시</td><td>분석적인 추론</td><td>(가)와 (나)의 키워드를 요약적으로 충실하게 제시한다.</td><td>20</td></tr>
<tr><td>상징적 의미의 발견</td><td>(나)의 맥락에서 (가)가 비판하는 맥락을 충실하게 연결한다.</td><td>25</td></tr>
<tr><td>창의적인 대응 방안 제시</td><td>이상을 바탕으로 타자를 대하는 태도를 합리적으로 기술한다.</td><td>25</td></tr>
<tr><td>문장과 표현</td><td colspan="2">정확한 단어 및 표현 선택, 자연스러운 문장 구성, 문장 및 단락 사이의 유기적 연결을 평가한다.</td><td>10</td></tr>
</table>

3. 종합적 평가의 기준과 내용

종합 점수	〈A〉 상-중-하	〈B〉 상-중-하	〈C〉 상-중-하	〈F〉
평가 내용	① (가)와 (나)의 키워드를 충실하게 분석, 요약하였다. ② (나)의 입장에서 (가)의 비판적 논점을 잘 연결하여 비판하였다. ③ 이상을 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하였다.	① ~ ③의 내용 중 한 가지의 서술이 다소 미흡한 경우	① ~ ③의 내용 중 두 가지의 서술이 다소 미흡한 경우	- 한 가지만 충족하거나 논제와 상관없이 피상적 나열에 그친 경우 - 700자 미만

4. 형식상의 감점 내용

(1) 분량 및 어문 규범

길이	1,150자 이상 1,250자 이내	1,250자 초과	1,000자 이상 1,150자 미만	950자 이상 1,000자 미만	900자 이상 950자 미만	850자 이상 900자 미만	800자 이상 850자 미만	750자 이상 800자 미만
	감점 없음	-1점	-1점	-2점	-4점	-6점	-8점	-10점

원고지 사용법·어문규정	**상**(0-2개 틀림)	**중**(3-5개 틀림)	**하**(6개 이상 틀림)
	감점 없음	-1 ~ -2점	-3 ~ -5점

(2) 내용 조직

- 문장과 문장의 연결이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락의 구분이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락 내의 형식적 · 내용적 통일성을 갖추지 못한 경우: -2점

5. 유의 사항

- 주어진 글에 나타난 구절을 그대로 반복해서 사용하고 나열하는 것은 감점 요인이다.
- 원고지 사용법과 어문 규정을 적용하되, 감점 처리는 두드러지게 틀린 경우에 반영한다.
- ‘서론-본론-결론’의 형식을 갖추었는지의 여부는 평가에 반영하지 않는다.
- 대응 방안에 대한 평가에서는 창의성과 논리성을 중점적으로 판단한다.

한양대학교

답안지 (인문계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/1

제시문 <가>에 나타나는 윤리의 의미는 자신의 행위에 책임을 지는 책임의 윤리이다. 이때 책임이란 행위자의 행위에 대해 책임소재가 분명하고 밀접한 인과관계가 있는 결과에 대한 책임만을 의미하지 않는다. 제시문 <가>가 긍정적으로 강조하는 윤리는 행위에 대한 직접적 결과인 사후적 책임을 지는 것이 아닌 행위의 결과와 직접적 관련이 없더라도 그 행위가 앞으로 불러일으킬 사태에 관한 책임을 지는 것을 의미한다. 이러한 책임의 대상은 행위자 밖에 놓여있지만 행위자의 권력 작용범위에 해당하는 것이고 그 까닭에 제시문 <가>에서는 이를 오늘날 필요한 책임의 윤리라고 논한다.

제시문 <나>가 긍정적으로 강조하는 정체성은 자기 진실성의 요구들을 전제했을 때 나타난다. 이러한 진설성의 요구들은 삶에 의미가 있는 것으로 사람들이 도덕적 이상을 실현하기 위한 조건이 된다. 이상추구를 포기해 자신 속의 것을 제외한 나머지를 모두 배제한다면 자기 스스로가 윤리적으로 옳지 않게 될 수 있으나 자신을 넘어선 영역에서 오는 요구들을 전제로 둔다면 사람들은 자신의 정체성을 스스로 결정할 수 있게 된다. 따라서 제시문 <나>가 긍정적으로 강조하는 정체성이란 삶에 의미 있는 것들을 전제에 둔 진부하지 않은 정체성이다.

제시문 <다>의 화자는 사람이 오는 것에 큰 의미를 두며 그 사람 자체에만 중심을 두지 않고 그의 과거, 현재, 미래 모두에 관심을 둔다. 이때 오는 사람의 과거, 현재, 미래는 제시문 <나>의 도덕적 이상실현의 조건이 되는 삶에 의미가 있는 것들이라고 볼 수 있다. 사람의 일생 전체에 관심을 두는 화자는 자기만을 중심에 두지 않고 자기 진실성의 요구들을 전제로 두는 넓은 안목을 가졌다. 또한 화자가 바람을 흉내 내어 일생동안 부서지기도 했을 사람의 마음을 더듬어 주는 것은 도덕적 이상을 실현하는 행위이고 결국 환대라는 긍정적인 결과를 낳게 된다. 한편 제시문 <다>의 사례에서 낡은 의미의 책임만을 중시한다면 오는 사람의 일생 전체를 고려하지 않아 일생동안 생겼을지도 모를 상처를 더듬어주지 못한다. 상처를 치유받지 못한 사람은 남은 일생동안 그 상처를 계속 간직할 수밖에 없다. 이는 화자 자신에게도 부정적인 결과를 초래하는데, 도덕적 이상을 실현하지 못해 윤리적으로 옳지 못하고 자신만을 중시해 결국 자기 정체성을 유의미하게 만들지 못한다. 따라서 자기 진실성의 요구 전제를 중시하는 입장에서 자신의 행위에 대한 책임만을 지는 낡은 의미의 책임은 옳지 않다.

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/1

(가)에서 긍정적으로 강조하는 윤리는 책임의 윤리이다. 책임의 윤리란 내가 어떠한 일을 일으킬 힘을 가지고 있다면, 그 일을 행하기 전에 나로 인해 미래에 영향을 받을 모든 대상을 고려하고 이러한 영향에 대해 책임감을 가지는 태도라고 할 수 있다. 이는 아무런 생각 없이 일을 저지르고 이로 인한 피해에 대해서만 책임을 지는 것과는 다르다고 할 수 있다. (가)에서 긍정적으로 강조하는 정체성은 책임자로서의 정체성이라 할 수 있다. 책임자로서의 정체성은 자신이 힘을 가지고 있음을 인지하고, 이에 따라 다른 존재에게 영향을 끼칠 수 있음을 인지하여, 자기 행동을 스스로 반성할 수 있는 행위자 정체성이라고 할 수 있다.

(나)에서 긍정적으로 강조하는 윤리는 자기 진실성의 윤리이다. 자기 진실성의 윤리란 스스로에 대해 진실하며, 자신의 삶에 의미가 있는 자신 이외의 것들을 중요시 하는 태도라고 할 수 있다, 그렇기에 자기 진실성의 윤리를 가진 사람은 나 이외의 다른 사람들과의 연대와 유대와 같은 사항을 중요시한다고 할 수 있다. (나)에서 긍정적으로 강조하는 정체성은 자기 진실적 정체성이라고 할 수 있다. 자기 진실적 정체성이란 자신의 존재만을 강조하고 자신 외의 존재는 고려하지 않는 자기중심적인 생각이 아닌, 나를 비롯한 내 주변의 수많은 인과관계를 모두 고려해 그것을 배경으로 도출해낸 나 스스로에 대한 생각이라고 할 수 있다.

㉠의 낡은 의미의 책임은 과거의 행위에 대해 나의 책임이 분명하고 원인과 결과에 분명한 인과관계가 있을 때 이에 대해 책임을 지고 피해를 보상하는 것을 의미한다. ㉡의 자기 진실성의 요구의 입장은 스스로에게 진실할 것을 강조하며 자신 이외 존재의 요구를 수용할 것을 강조하는 입장이다. 따라서 ㉡의 입장에서는, (다)에서 사람들 대할 때 그의 과거와 미래, 일생, 마음 등 그에 대한 여러 가지 사항을 복합적으로 고려하는 것처럼, 타인을 대할 때 그에 대한 복합적인 책임을 져야 함을 강조한다고 할 수 있다. 하지만 ㉠에서는 ㉡과 다르게 사람들 대할 때 그가 어떤 사람인지 고려하는 것은 중요시하지 않으며, 오직 자신이 타인에게 피해를 줬을 때 그에 대해서 책임을 지는 것만을 강조한다. 그렇기에 ㉡의 입장에선 ㉠을, 다른 사람과 나 사이의 관계, 그리고 그가 어떤 사람인지를 복합적으로 고려해야 함을 간과하고 오직 이미 지나간 자신의 행위에 대해 책임지는 것만을 강조한다고 비판할 수 있다.

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시

자연 계열

모 의 논 술

수험번호 (   ) 성명 (   )

[문제 1] **다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)**

평면 위의 삼각형 ABC의 세 변의 길이의 비가 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=2:1:2$이다.

1. $\left|\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}\right|=2$ 인 경우 $\overline{AB}$ 의 값을 구하시오.

2. 아래의 등식을 만족하는 평면 위의 두 점 P와 Q에 대하여, $\overline{AQ}$가 최소가 될 때 $\dfrac{\overline{AQ}}{\overline{BC}}$의 값을 구하시오.

$$2(\overline{PB}-\overline{AB})=2(\overline{AC}-\overline{PC})=2(\overline{AQ}-\overline{PQ})=\overline{BC}$$

3. 삼각형 ABC의 각 A의 크기를 θ라고 하자.
함수 $f(x)=\left(x-\dfrac{7}{8}\right)^3+\dfrac{1}{\theta}$ 에 대하여 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^{\theta} x\sin x\, f'(\cos x)\,dx \;-\; \int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx$$

뒷면에 계속 ☞

[문제 2번] **다음 물음에 답하시오. (50점)**

1. 자연수 n에 대하여 $x_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}\dfrac{2n}{2n+2k-1}$ 일 때, 극한값 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} x_n$을 구하시오.

2. 함수 $f(x)$(단, $x>0$)가 세 조건

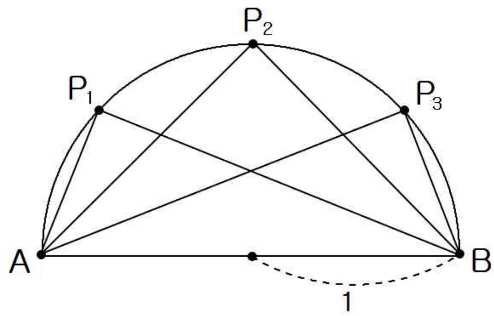
(i) $f''(x) = \dfrac{\sin x}{x}$, (ii) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, (iii) $\displaystyle\lim_{x\to\pi} f'(x) = 1$

을 만족시킬 때, 극한값 $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt$을 구하시오.

(단, $\sin\dfrac{\pi}{\sqrt{3}} = 0.97$, $\cos\dfrac{\pi}{\sqrt{3}} = -0.24$, $\sin(\sqrt{3}\,\pi) = -0.75$, $\cos(\sqrt{3}\,\pi) = 0.67$이다.)

3. 선분 AB를 지름으로 하고, 반지름의 길이가 1인 반원의 호 위에
$\overline{\mathrm{AP}_1} = \overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2} = \overline{\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3} = \cdots = \overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n} = \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{B}}$를 만족시키는 n개의 점
$\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \cdots, \mathrm{P}_n$이 순서대로 놓여있다.
자연수 $k(1 \le k \le n)$에 대하여 삼각형 $\mathrm{AP}_k\mathrm{B}$의 넓이를 S_k라 할 때,

극한값 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2}{n+1}$을 구하시오.
(오른쪽 그림은 $n=3$인 경우이다.)



한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시 모의논술고사		
자연 계열	**출제 의도 및 평가 지침**	1번

1. 출제 의도 및 문제 해설

평면 벡터와 그 내적, 삼각함수 코사인 법칙, 쌍곡선의 의미, 부분적분법, 치환적분법 등 고교 교육과정에서 배우는 중요한 개념과 법칙들을 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제들로 구성되어 있다. 중요한 기본개념을 잘 이해하고 적절히 활용할 수 있는지를 물음으로써 문제 이해도와 활용도를 측정하고자 한다.

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	30	$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 값을 정확하게 계산하였는가?	10
		계산의 과정이 타당하게 기술되었는가?	20
2	35	쌍곡선의 정의를 활용하여 최소조건을 만족하는 Q의 위치를 찾아낼 수 있는가?	15
		$\dfrac{\overline{\mathrm{AQ}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$ 를 정확하게 계산하였는가?	20
3	35	치환적분법과 부분적분법을 적절히 활용하여 주어진 식을 $-\theta f(\cos\theta)$와 같이 간단하게 바꾸었는가?	20
		$-\theta f(\cos\theta)=-1$를 정확하게 계산하였는가?	15

3. 출제 근거

평면 벡터의 내적, p 88, 이준열 외, 고등학교 기하, 천재교육, 2018
쌍곡선의 방정식, p 26, 이준열 외, 고등학교 기하, 천재교육, 2018
코사인 법칙, p 102, 배종숙 외, 고등학교 수학 I, ㈜금성출판사, 2017
치환적분법, p 164, 류희찬 외, 고등학교 미적분학, 천재교과서, 2018
부분적분법, p 172, 류희찬 외, 고등학교 미적분학, 천재교과서, 2018

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

자연 계열 | **출제 의도 및 평가 지침** | 2번

1. 출제 의도 및 문제 해설

1번 문항에서는 함수의 극한, 정적분의 활용, 정적분과 급수와의 관계, 연쇄법칙 등을 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제들로 구성되어 있다. 주어진 수열의 평균으로 이루어진 급수와 정적분과의 관계식을 적절히 이용하여 문제를 해결할 수 있는지를 묻고 있다. 2번 문항에서는 주어진 조건을 이용하여 문제를 해결하기 위하여 연쇄법칙과 부분 적분법을 잘 이해하고 적절히 활용할 수 있는지를 물음으로써 문제 이해도와 활용도를 측정하고자 하고 있다. 3번 문항에서는 삼각함수에 대한 지식을 적절히 사용해서 원하는 식을 구하고, 정적분의 정의, 부분적분법을 활용해서 주어진 극한값을 구할 수 있는지를 묻고 있다.

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	30	함수를 사용하여 x_n을 함수 값들의 평균의 형태를 바꾸었는가?	15
		극한값을 바르게 계산하였는가?	15
2	30	주어진 조건을 이용하여 위해 $\int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt$을 적절한 형태로 바꾸었는가?	15
		극한값을 바르게 계산하였는가?	15
3	40	코사인법칙을 활용해서 S_k를 k와 n에 대한 식으로 표현했는가?	20
		극한값을 바르게 계산하였는가?	20

3. 출제 근거

<u>삼각함수의 활용 (코사인법칙)</u>

(1) 고등학교 수학I, 좋은책 신사고, 2019, 고성은 외, p. 92~97,

(2) 고등학교 수학I, 천재교육, 2019, 이준열 외, p. 98~108.

<u>적분법 (부분적분법)</u>

(1) 고등학교 미적분, 비상교육, 2019, 김원경 외, p. 131~133,

(2) 고등학교 미적분, 좋은책 신사고, 2019, 고성은 외, p. 137~139.

<u>정적분의 활용 (정적분과 급수)</u>

(1) 고등학교 미적분, 비상교육, 2019, 김원경 외, p. 143~146.

(2) 고등학교 미적분, 좋은책 신사고, 2019, 고성은 외, p. 150~154.

<u>여러 가지 미분법 (합성함수의 미분법)</u>

(1) 고등학교 미적분, 비상교육, 2019, 김원경 외, p. 79~84.

(2) 고등학교 미적분, 좋은책 신사고, 2019, 고성은 외, p. 80~84.

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시		
자연 계열	**모 의 논 술 예 시 답 안**	1번

1. $\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)\cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{3}{2}\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right)=4$ 이고 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-(\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}})$ 이므로

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2+\frac{9}{4}|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|^2-3(\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}})=4.$$

$\cos B=\frac{1}{4}$ 이다. $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=4d$ 라 하면 $|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=2d$ 이므로, 위의 등식으로부터, $19d^2=4$ 임을 알 수 있다.

따라서, $\overline{\mathrm{AB}}=|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\frac{8}{\sqrt{19}}$ 이다.

2. 문제에 주어진 식으로부터 세 점 B,C,Q는 두 점P,A를 초점으로 하는 쌍곡선 위에 있으며,
점 C , Q는 점 P쪽에, 점 B 는 A 쪽에 가까움을 알 수 있다.
문제는 도형의 위치가 아닌 크기에 관한 것이므로, $\mathrm{P}=(-c,0)$, $\mathrm{A}=(c,0)$ 로 하고, 쌍곡선은 다음의 방정식을 만족하는 것으로 하고 문제를 해결하여야 무방하다.

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,\ \ (\text{단}, b^2=c^2-a^2,\ a>0)$$

이 경우 $\overline{\mathrm{BC}}=4a$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=8a$ 이다.
$\overline{\mathrm{AQ}}$가 최소가 되는 경우를 생각하므로 $\mathrm{Q}=(-a,0)$로 하고 문제를 생각한다.

$2(\overline{\mathrm{PB}}-\overline{\mathrm{AB}})=\overline{\mathrm{BC}}$ 로부터 $\overline{\mathrm{PB}}=10a$, $2(\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{PC}})=\overline{\mathrm{BC}}$ 로부터 $\overline{\mathrm{PC}}=6a$ 가 되어
$\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}+\overline{\mathrm{BC}}$ 가 성립하여 점C가 선분PB 위에 있음을 알 수 있는데, 선분BC 의 중점과 점A , P 는 직각삼각형을 이루므로 $\overline{\mathrm{PA}}=2a\sqrt{31}$ 임을 알 수 있다. 한 편 두 초점사이의 거리 $\overline{\mathrm{PA}}=2c$ 이므로, $c=a\sqrt{31}$ 이다.

따라서, $\frac{\overline{\mathrm{AQ}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{a+c}{4a}=\frac{a+a\sqrt{31}}{4a}=\frac{1+\sqrt{31}}{4}$ 이다.

3. $(xf(\cos x))'=f(\cos x)-x\sin x f'(\cos x)$ 이므로
값을 구하고자 하는 식의 첫 번째 항에 부분적분법을 적용하면,

$$\int_0^\theta x\sin x f'(\cos x)\,dx=[x(-f(\cos x))]_0^\theta+\int_0^\theta f(\cos x)\,dx\ .$$

두 번째 항에 치환 $x=\frac{\pi}{2}-t$ 을 적용하면,

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx=\int_\theta^0 f\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)\right)\cdot(-1)\,dt=\int_0^\theta f(\cos t)\,dt\ .$$

이다. 따라서, 구하고자 하는 값은

$$[x(-f(\cos x))]_0^\theta=-\theta f(\cos\theta).$$

세 변의 비가 2:1:2인 이등변 삼각형 ABC에 코사인법칙을 적용하면 $\cos\theta=\frac{2^2+2^2-1^2}{2\cdot2\cdot2}=\frac{7}{8}$ 이다.

따라서, 구하고자 하는 값은 $-\theta f(\cos\theta)=-\theta f(\frac{7}{8})=-\theta\frac{1}{\theta}=-1$이다.

한양대학교 2023학년도 신입학전형 수시

자연 계열 | **모의논술예시답안** | 2번

1. $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$ 는 $[0,1]$에서 연속함수이다.

$$x_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}\frac{2n}{2n+2k-1} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{1+\dfrac{2k-1}{2n}} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n} f\left(\frac{2k-1}{2n}\right) \text{ 이다.}$$

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n} f\left(\frac{2k-1}{2n}\right) = \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 \frac{1}{1+x}\,dx = \ln 3.$$

2.
$$\int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt = [f'(t)t]_x^{\sqrt{3}x} - \int_x^{\sqrt{3}x} f''(t)\,t\,dt$$

$$= [f'(t)t]_x^{\sqrt{3}x} - \int_x^{\sqrt{3}x} \sin t\,dt = [f'(t)t]_x^{\sqrt{3}x} + [\cos t]_x^{\sqrt{3}x}$$

$$= f'(\sqrt{3}x)\sqrt{3}x - f'(x)x + \cos(\sqrt{3}x) - \cos x$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt = \lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \{f'(\sqrt{3}x)\sqrt{3}x - f'(x)x + \cos(\sqrt{3}x) - \cos x\}$$

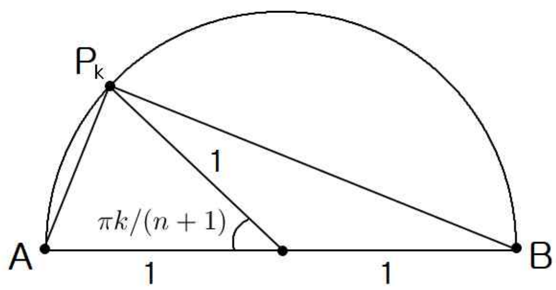
$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} f'(\sqrt{3}x) \lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} \sqrt{3}x - \lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} f'(x) \lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} x + \cos\pi - \cos\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\pi - 1 - \cos\frac{\pi}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\pi - 0.76$$

3. 오른쪽 그림에서

$$\overline{\mathrm{AP_k}}^2 = 1^2 + 1^2 - 2\times1\times1\times\cos\left(\frac{\pi}{n+1}k\right) = 2 - 2\cos\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)$$

$$\overline{\mathrm{P_kB}}^2 = 4 - \overline{AP_k}^2 = 2 + 2\cos\left(\frac{\pi}{n+1}k\right) \text{ 이고, 따라서}$$



$$S_k^2 = \left(\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP_k}}\times\overline{\mathrm{P_kB}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(2-2\cos\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)\right)\left(2+2\cos\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)\right)$$

$$= \sin^2\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)$$

이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2}{n+1} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)\frac{1}{n+1} = \lim_{n+1\to\infty}\sum_{k=1}^{n+1}\sin^2\left(\frac{\pi}{n+1}k\right)\frac{1}{n+1}$$

$$= \lim_{n+1\to\infty}\frac{1}{\pi}\sum_{k=1}^{n+1}\sin^2\left(0+\frac{\pi-0}{n+1}k\right)\frac{\pi-0}{n+1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 t\,dt$$

이고, 부분적분법에 의해 $\int \sin^2 t\,dt = \dfrac{1}{2}(t - \cos t\sin t) + C$ 이므로,

구하는 값은 $\dfrac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 t\,dt = \dfrac{1}{2\pi}[t - \cos t\,\sin t]_0^{\pi} = \dfrac{1}{2}$.

한양대학교

답안지 (자연계열)

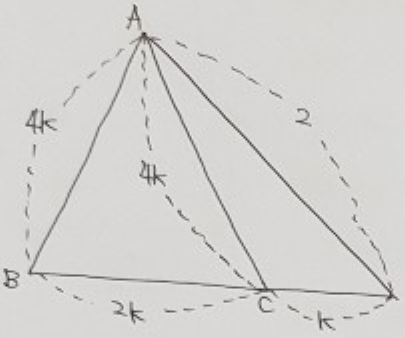
수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/6

[문제 1-1]



삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{CA}=4k$라 하고 $\overline{BC}=2k$라 하면

$\left|\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\right|=3k$이므로 $\left|\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}\right|=2$인 경우와 삼각형 ABC를

그리면 다음 그림과 같다.

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여 $\cos B=\frac{(4k)^2+(2k)^2-(4k)^2}{2\times 4k\times 2k}=\frac{4k^2}{16k^2}=\frac{1}{4}$

따라서 코사인법칙에 의하여 $2^2=(4k)^2+(3k)^2-2\times 4k\times 3k\times\frac{1}{4}=25k^2-6k^2=19k^2$

$19k^2=4$이므로 $k^2=\frac{4}{19}$, $k=\frac{2}{\sqrt{19}}$ $(\because k>0)$

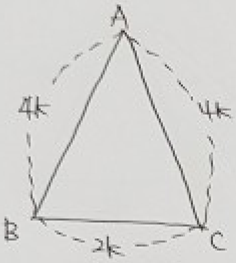
$\overline{AB}=4k$이므로 $\overline{AB}=4\times\frac{2}{\sqrt{19}}=\frac{8}{\sqrt{19}}=\frac{8\sqrt{19}}{19}$

$\boxed{\therefore \frac{8\sqrt{19}}{19}}$

한양대학교 답안지 (자연계열)

수험번호	성 명	페이지
		2/6

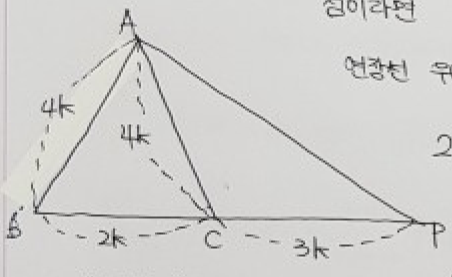
[문제 1-2]


▲ 그림 <1>

삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{CA}=4k$라 하고 $\overline{BC}=2k$라 하면 그림 <1>과 같이 나타낼 수 있다.

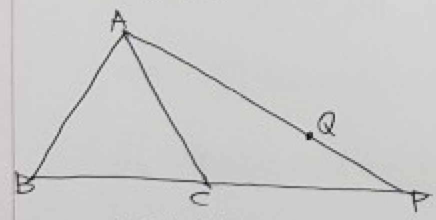
$2(\overline{PB}-\overline{AB})=2(\overline{AC}-\overline{PC})=2(\overline{AQ}-\overline{PQ})=\overline{BC}$를 k에 대한 식으로 나타내면 $2(\overline{PB}-4k)=2(4k-\overline{PC})=2(\overline{AQ}-\overline{BQ})=2k$이다.

$\therefore \overline{PB}=5k$, $\overline{PC}=3k$이고 $\overline{PB}>\overline{PC}$이므로 점 P는 이등변삼각형인 삼각형 ABC의 수직이등분선의 오른쪽에 위치한다. (만약 점 P가 이등변삼각형의 수직이등분선의 위의 점이라면 $\overline{PB}=\overline{PC}$이고, 수직이등분선보다 왼쪽에 위치한 점이라면 $\overline{PB}<\overline{PC}$이기 때문이다.) $\overline{PB}=\overline{PC}+\overline{BC}$이므로 점 P는 선분 BC의 연장선 위에 있고 이것을 그림으로 나타내면 그림 <2>와 같다.


▲ 그림 <2>

$2(\overline{AQ}-\overline{PQ})=2k$이고 $\overline{AQ}$가 최소가 될 때의 상황을 표현해야 하므로 점 Q는 선분 AP 위의 점인 것을 알 수 있다.

다음과 같은 상황을 그림으로 표현하면 그림 <3>과 같다.


▲ 그림 <3>

문제 1번의 과정에 의하여 $\cos B=\frac{1}{4}$이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{AP}^2=(4k)^2+(5k)^2-2\times4k\times5k\times\cos B$

$=41k^2-40k^2\times\frac{1}{4}=31k^2$

$\therefore \overline{AP}=\sqrt{31}k$ ($\because k>0$)

문제 조건에 의하여 $\overline{AQ}-\overline{PQ}=k$이고 $\overline{AQ}+\overline{PQ}=\sqrt{31}k$이므로 이를 연립하여 풀면 $\overline{AQ}$의 최솟값은 $\frac{(\sqrt{31}+1)k}{2}$이고

$$\frac{\overline{AQ}}{\overline{BC}}=\frac{\frac{(\sqrt{31}+1)k}{2}}{2k}=\frac{\sqrt{31}+1}{4} \qquad \boxed{\therefore \frac{\sqrt{31}+1}{4}}$$

한양대학교

답안지 (자연계열)

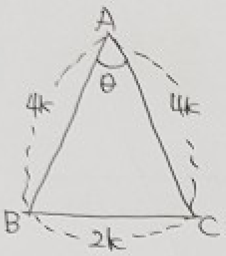
수 험 번 호	성 명	페 이 지
		3/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		3/6

[문제 1-3]



$\overline{AB}=\overline{CA}=4k$라 하고 $\overline{BC}=2k$라 하자. 각 A의 크기가 θ이므로

삼각형 ABC를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

코사인법칙에 의하여 $\cos\theta = \frac{(4k)^2+(4k)^2-(2k)^2}{2\times 4k\times 4k} = \frac{28k^2}{32k^2} = \frac{7}{8}$

$\int_0^\theta x\sin x f'(\cos x)\,dx$ 에서 $x=g(x)$, $\sin x f'(\cos x)=h'(x)$라 하면

$\int_0^\theta g(x)h'(x)\,dx = [g(x)h(x)]_0^\theta - \int_0^\theta g'(x)h(x)\,dx$로 나타낼 수 있다.

$g'(x)=1$이고 $h(x)=-f(\cos x)$이므로 $\int_0^\theta x\sin x f'(\cos x)\,dx = [-xf(\cos x)]_0^\theta + \int_0^\theta f(\cos x)\,dx$이다.

$\int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx$ 에서 $f(\sin x) = f(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) = f(\cos(x-\frac{\pi}{2}))$ 이므로

$\int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(x-\frac{\pi}{2}))\,dx = \int_{-\theta}^{0} f(\cos x)\,dx$

$f(\cos x)=p(x)$라 하면 $p(x)=p(-x)$가 성립하므로 $f(\cos x)$는 y축 대칭이다.

따라서 $\int_0^\theta f(\cos x)\,dx = \int_{-\theta}^0 f(\cos x)\,dx$ 이므로

$$\int_0^\theta x\sin x f'(\cos x)\,dx - \int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx = [-xf(\cos x)]_0^\theta + \int_0^\theta f(\cos x)\,dx - \int_{-\theta}^0 f(\cos x)\,dx$$

$$= [-xf(\cos x)]_0^\theta = -\theta f(\cos\theta) = -\theta f(\tfrac{7}{8})$$

$$= -\theta \times \frac{1}{\theta} = -1$$

$\boxed{\therefore -1}$

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		4/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		4/6

[문제 2-1]

$x_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}\frac{2n}{2n+2k-1}$ 의 $\frac{2n}{2n+2k-1}$ 에서 분자와 분모를 모두 $2n$으로 나누면

$\frac{1}{1+\frac{k-\frac{1}{2}}{n}}$ 이므로 $\frac{k-\frac{1}{2}}{n} = x$ 라 하면 $dx = \frac{1}{n}$ 이고 $k=1$ 일때 $\lim_{n\to\infty}\frac{k-\frac{1}{2}}{n} = 0$ 이고

$k = 2n$일 때 $\lim_{n\to\infty}\frac{k-\frac{1}{2}}{n} = 2$ 이므로

$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{2n}\frac{2n}{2n+2k-1} = \int_0^2 \frac{1}{1+x}\,dx$ 로 나타낼수 있다.

$$\int_0^2 \frac{1}{1+x}\,dx = \left[\ln|x+1|\right]_0^2 = \ln 3$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} x_n = \ln 3$$

$\boxed{\therefore \ln 3}$

한양대학교
답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		5/6

[문제 2-2]

$f(x)$의 이계도함수인 $f''(x)$가 $x>0$에서 미분가능하므로 $f(x), f'(x), f''(x)$ 모두 $x>0$에서 미분가능하다.

따라서 $\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}}\int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt = \int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} f'(t)$ 이고, $\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}} f'(x) = f'\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\lim_{x\to\pi} f'(x) = f'(\pi) = 1$ 이다.

$\int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} f'(t)\,dt = \int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi}\{1\times f'(t)\}\,dt$ 이고 $f'(t) = g(t)$, $1 = h'(t)$라 하면

$\int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} h'(t)g(t)\,dt = \left[h(t)g(t)\right]_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} - \int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} h(t)g'(t)\,dt$ 로 나타낼 수 있다.

$g'(t) = f''(t)$ 이고 $h(t) = t$ 이므로

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{\sqrt{3}}}\int_x^{\sqrt{3}x} f'(t)\,dt = \int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} f'(t)\,dt = \left[tf'(t)\right]_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} - \int_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi} t\times\frac{\sin t}{t}\,dt$$

$$= \pi f'(\pi) - \frac{\pi}{\sqrt{3}}f'\left(\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right) + \left[\cos t\right]_{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}^{\pi}$$

$$= \pi - \frac{\pi}{3} + \cos\pi - \cos\frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{3}\pi - 1 + 0.24 \quad (\because \text{문제조건})$$

$$= \frac{2}{3}\pi - 0.76$$

$$\boxed{\therefore \frac{2}{3}\pi - 0.76}$$

5

한양대학교

답안지 (자연계열)

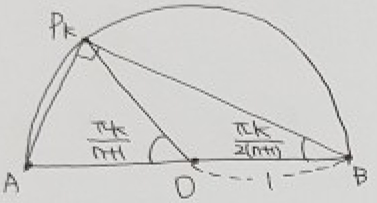
수 험 번 호	성 명	페 이 지
		6/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		6/6

[문제 2-3]



삼각형 AP_kB를 원 위에 나타내면 다음과 같다.

원의 중심을 O라 하자.

반원의 호가 n개의 점으로 n+1 등분되고 중심각과 호의 길이는 비례하므로 n+1 등분된 한 개의 호당 $\pi \times \frac{1}{n+1}$의 중심각을 갖는다.

따라서 원주각은 $\frac{\pi}{2(n+1)}$이고 k에 대하여 일반화하면 $\frac{\pi k}{2(n+1)}$이다.

점 $P_k(k(1 \le k \le n))$가 모두 원 위의 점이고 선분 AB가 원의 지름이므로 $\angle AP_kB = \frac{\pi}{2}$

$\overline{AB} = 2$이고 $\overline{P_kB} = \overline{AB} \times \cos\frac{\pi k}{2(n+1)}$, $S_k = \triangle AP_kB = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{P_kB} \times \sin\frac{\pi k}{2(n+1)} = 2\sin\frac{\pi k}{2(n+1)}\cos\frac{\pi k}{2(n+1)}$

삼각함수의 덧셈정리에 의하여 $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$이므로 $\sin(\alpha+\alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$ $= 2\sin\alpha\cos\alpha$, 따라서 $S_k = 2\sin\frac{\pi k}{2(n+1)}\cos\frac{\pi k}{2(n+1)} = \sin\frac{\pi k}{n+1}$, $S_k^2 = \sin^2\frac{\pi k}{n+1}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2}{n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}S_k^2 = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\frac{\pi k}{n+1}$ 이므로 $\frac{\pi k}{n+1} = x$라 하면

$\frac{\pi}{n+1} = dx$, $k=1$일 때 $\lim_{n\to\infty}\frac{\pi k}{n+1} = 0$, $k=n$일 때 $\lim_{n\to\infty}\frac{\pi k}{n+1} = \pi$ 이므로

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\frac{\pi k}{n+1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx$, 삼각함수의 덧셈정리에 의하여 $\cos(\alpha+\beta) =$ $\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$이므로 $\cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$이므로

$\cos(\alpha+\alpha) = 1 - 2\sin^2\alpha$, $\therefore \sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2}\right)dx = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\pi} = \frac{1}{\pi} \times \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2}{n+1} = \frac{1}{2}$

$\boxed{\therefore \frac{1}{2}}$

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		1/6

[문제 1-1]

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{AC} = 2a$, $\overline{BC} = a$라 하고, A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle ACH$가 직각△이므로 $\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2$, $4a^2 = \overline{AH}^2 + \frac{a^2}{4}$, $\overline{AH}^2 = \frac{15}{4}a^2$ 이다.

따라서 $|\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}|^2 = \overline{AH}^2 + a^2$ 이므로 $4 = \frac{19}{4}a^2$, $a^2 = \frac{16}{19}$ 이다.

$\overline{AB} = 2a = 2 \times \frac{4}{\sqrt{19}} = \frac{8\sqrt{19}}{19}$ 이다

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		2/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		2/6

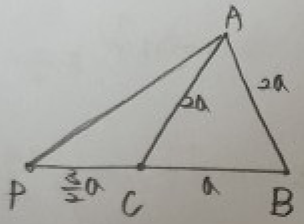
[문제 1-2]

$\overline{AB}=2a$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=2a$ 라고 하면

$2(\overline{PB}-2a)=2(2a-\overline{PC})=2(\overline{AQ}-\overline{PQ})=a$ 이므로

$\overline{PB}=\frac{5}{2}a$. $\overline{PC}=\frac{3}{2}a$ 이다.

그러므로 점 P는 점 C를 중심으로 하고 반지름이 $\frac{3}{2}$인 원과 점 B를 중심으로 하고 반지름이 $\frac{5}{2}$인 원의 교점이므로. 다음 그림과 같이 나타낼 수 있다.



이때 $\overline{AQ}-\overline{PQ}=\frac{a}{2}$ 이고 $\overline{AQ}$ 길이가 최소 이므로

점 Q는 $\overline{AP}$의 한 점이다.

$\overline{AP}^2=(2a)^2+\frac{15}{4}a^2-\frac{31}{4}a^2$ 이므로 $\overline{AP}=\frac{\sqrt{31}}{2}a$ 이다.

따라서 $\overline{AQ}=\frac{\sqrt{31}}{4}a+\frac{a}{4}$, $\overline{PQ}=\frac{\sqrt{31}}{4}-\frac{a}{4}$ 이고,

$\frac{\overline{AQ}}{\overline{BC}}=\frac{\frac{\sqrt{31}}{4}a+\frac{a}{4}}{a}=\frac{\sqrt{31}+1}{4}$ 이다.

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		4/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		4/6

[문제 2-1]

$$x_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{2}{2+2\cdot\frac{k}{n}-\frac{1}{n}}$$ 이므로

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\cdot\sum_{k=1}^{2n} \frac{2}{2+2\cdot\frac{k}{n}-\frac{1}{n}} = \int_0^2 \frac{1}{1+x}\,dx = \left[\ln(1+x)\right]_0^2 = \ln 3$$ 이다

4

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		3/6

[문제 1-3]

코사인법칙에 의하여 $\cos\theta = \frac{2^2+2^2-1^2}{2\times2\times2} = \frac{7}{8}$ 이다.

$$\int_0^\theta x\cdot\sin x f'(\cos x)\,dx = \left[-xf(\cos x)\right]_0^\theta + \int_0^\theta f(\cos x)\,dx$$

$$= -\theta f\left(\tfrac{7}{8}\right) + \int_0^\theta f(\cos x)\,dx$$

$$= -1 + \int_0^\theta f(\cos x)\,dx$$ 이고

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx = \int_0^\theta f(\cos t)\,dt$$ 이므로

$$\int_0^\theta x\sin x f'(\cos x)\,dx - \int_{\frac{\pi}{2}-\theta}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,dx = -1$$ 이다.

한양대학교

답안지 (자연계열)

수 험 번 호	성 명	페 이 지
		5/6

[문제 2-2]

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{\sqrt{\pi}}} \int_x^{\sqrt{\pi}x} f(t)\,dt = \lim_{x \to \frac{\pi}{\sqrt{\pi}}} \left[t f(t) \right]_x^{\sqrt{\pi}x} - \int_x^{\sqrt{\pi}x} t f'(t)\,dt$$

$$= \lim_{x \to \frac{\pi}{\sqrt{\pi}}} \sqrt{\pi}x \cdot f(\sqrt{\pi}x) - x f(x) - \int_x^{\sqrt{\pi}x} \sin t\,dt$$

$$= \pi \cdot \lim_{x \to \pi} f(x) - \frac{\pi}{\sqrt{\pi}} \lim_{x \to \frac{\pi}{\sqrt{\pi}}} f(x) + \lim_{x \to \frac{\pi}{\sqrt{\pi}}} \left[\cos t \right]_x^{\sqrt{\pi}x}$$

$$= \pi - \frac{\pi}{3} + \cos\pi - \cos\frac{\pi}{\sqrt{\pi}}$$

$$= \frac{2}{3}\pi - 1 + 0.24 = \frac{2}{3}\pi - 0.76$$

한양대학교

답안지 (자연계열)

수험번호	성 명	페이지
		6/6

한양대학교

답안지 (자연계열)

수험번호	성 명	페이지
		6/6

[문제 2-3]

반원의 중심을 O라고 하면 $\angle P_kOB = \frac{\pi}{n+1}\cdot(n+1-k)$ 이고,

S_k는 $\triangle P_kOB$의 넓이의 2배이다.

그러므로 $S_k = 2\times\frac{1}{2}\times 1^2 \times \sin\left(\frac{\pi}{n+1}\cdot(n+1-k)\right)$ 이다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2}{n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\cdot\sum_{k=1}^{n} S_k^2 = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\left(\frac{\pi}{n+1}(n+1-k)\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\left(\pi-\frac{k}{n+1}\pi\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\sin^2\left(\frac{k\pi}{n+1}\right)$$

$$= \int_0^{\pi}\frac{1}{\pi}\sin^2 x\,dx$$

$\int_0^{\pi}\frac{1}{\pi}\sin^2 x\,dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}1-\cos^2 x\,dx$,

$\int_0^{\pi}\cos^2 x\,dx = [\sin x\cos x]_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx$ 이므로

$\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \pi - \int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx$, $\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \frac{\pi}{2}$ 이다.

$\therefore \int_0^{\pi}\frac{1}{\pi}\sin^2 x\,dx = \frac{1}{\pi}\times\frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$ 이다.