

목록

2023학년도-2022년-항공대-논술-기출-경영학부.....	1
2023학년도-2022년-항공대-논술-기출-소프트웨어학과_항공교통물류학부_항공운항학과_자유전공학부.....	7
2023학년도-2022년-항공대-논술-기출-항공우주및기계공학부_항공전자정보공학부_신소재공학과_스마트드론공학과_AI자율주행시스템공학과_공학계열.....	16

[사회계열 1번]

1. 문항 및 제시문

【문제 1】 (50점)

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

가)

옛날 연나라의 수도인 수릉에 한 젊은이가 살았다. 연나라는 작은 나라였다. 그 젊은이는 보잘것없는 작은 나라에 사는 자신의 처지를 한탄하며 큰 나라인 조나라를 동경하였다. 젊은이는 조나라에 한 번이라도 가서 그곳의 훌륭한 문물을 보아야겠다고 결심하기에 이르렀다.

어느 날 그는 드디어 조나라의 수도인 한단에 가게 되었다. 그런데 그곳 사람들의 걸음걸이가 수릉 사람들의 걸음걸이와 다른 것을 보고 자신의 걸음걸이를 무척 부끄러워했다. 젊은이는 열심히 한단 사람들의 걷는 법을 흉내 냈다. 그러나 한단의 걸음걸이를 완전히 배우기도 전에 여행 경비가 다 떨어져 버렸다. 이제는 고향으로 가는 수밖에 없었다.

하지만 수릉의 젊은이는 그만 옛날의 걸음걸이마저 잊어버리고 말았다. 걷는 법을 아예 다 잊은 그는 결국 기어서 고향으로 돌아왔다.

나)

문화 상대주의를 이해하는 데 돼지고기에 대한 금기와 상징체계가 문화마다 얼마나 다를 수 있는지 살펴보는 것만큼 좋은 사례도 없다.

이슬람교도는 흔히 ‘이 세상에는 돼지고기를 먹는 짐승 같은 야만인들과 돼지고기를 먹지 않는 신실한 인간들이 있다.’라고 말한다. 이들은 세계를 야만과 문명, 이교도와 이슬람교도로 구분하는데, 이를 판정하는 가장 명확한 기준 가운데 하나가 바로 돼지고기 금기를 지키는가 여부이다. 그러나 이슬람교도가 돼지고기를 혐오하는 것도 단순히 종교적 금기 때문만은 아니다. 돼지고기는 선모충증을 일으킬 수도 있고 치명적인 탄저병을 옮길 수도 있어 중동 지방에서 매우 위험한 음식이다. 또, 돼지 사육은 중동 지방의 자연 생태계와 문화 공동체를 깨뜨릴 위험이 있다. 유목 생활을 하거나 반 정착 농경을 하는 아랍인들에게 돼지는 위협적인 존재가 된다. 돼지를 끌고는 어디도 이동할 수 없기 때문이다. 그러므로 돼지고기를 먹지 말라는 종교적 금기에는 생태학적인 전략과 합리성도 있는 것이다.

반면에 중국과 대다수 남태평양 섬나라에서 돼지는 매우 특별하고 좋은 동물이다. 이들 나라에서는 대부분 돼지를 방목하여 기르는데, 집안이나 부엌에 돼지가 들어오는 것은 보통이고 애완동물 이상으로 인간과 가깝고 친근하여 인간과 돼지가 함께 살아간다. 또한, 돼지를 조상신에게 바치는 가장 귀한 의례용 동물로 숭배하기도 한다. (중략)

이처럼 돼지고기를 혐오하는 사람들도, 숭배하는 사람들도 각각 생태학적으로 합리적인 논리가 있다. 돼지 숭배나 혐오를 단순히 종교적 금기로 이해해서는 안 된다. 각 문화는 저마다의 합리성을 지니고 있으며 서로 다른 합리성이야말로 각 문화가 지니고 있는 오랜 지혜이자, 특수한 환경 조건에서 적응하면서 축적한 귀한 지식인 것이다.

다)

구 씨는 본래 활발하고 거칠 것 없이 수작하는 사람이라 옥련이를 물끄러미 보더니,

“이에 옥련아, 어— 실체(失體)하였구*. 남의 집 처녀더러 또 해라하였구나. 우리가 입으로 조선말은

하더라도 마음에는 서양 문명한 풍속이 젖었으니, 우리는 혼인을 하여도 서양 사람과 같이 부모의 명령을 좇을 것이 아니라, 우리가 서로 부부 될 마음이 있으면 서로 직접 하여 말하는 것이 옳은 일이다. 그러나 우선 말부터 영어로 수작하자. 조선말로 하면 입에 익은 말로 외짝 해라하기** 불안하다.” 하면서 구 씨가 영어로 말을 하는데, 구 씨의 학문은 옥련이보다 대단히 높으나 영어는 옥련이가 구 씨의 선생 노릇이라도 할 만한 터이라. 그러나 구 씨는 서투른 영어로 수작을 하는데, 옥련이는 조선말로 단정히 대답하더라. (중략)

옥련이는 아무리 조선 계집아이이나 학문도 있고 개명한 생각도 있고, 동서양으로 다니면서 문견(聞見)이 높은지라. 서슴지 아니하고 혼인 언론 대답을 하는데, 구 씨의 소청이 있으니, 그 소청인즉 옥련이가 구 씨와 같이 몇 해든지 공부를 더 힘써 하여 학문이 유여한 후에 고국에 돌아가서 결혼하고, 옥련이는 조선 부인 교육을 맡아 하기를 청하는 유지(有志)한 말이다. (중략)

구완서와 옥련이가 나이 어려서 외국에 간 사람들이라. 조선 사람이 이렇게 야만되고 이렇게 용렬한 줄을 모르고, 구 씨든지 옥련이든지 조선에 돌아오는 날은 조선도 유지한 사람이 많이 있어서 학문 있고 지식 있는 사람의 말을 듣고 이를 찬성하여 구 씨도 목적대로 되고 옥련이도 제 목적대로 조선 부인이 일체히 내 교육을 받아서 날날이 나와 같은 학문 있는 사람들이 많이 생기려니 생각하고, 일변으로 기쁜 마음을 이기지 못하는 것은 제 나라 형편 모르고 외국에 유학한 소년 학생 의기에서 나오는 마음이라.

* 실체하다: 체면이나 면목을 잃다.

** 외짝 해라하기: 한쪽에서만 해라체(반말)를 쓰기.

라)

스와테시*의 정신이란 우리가 가까운 주변에 모든 힘을 기울이기 위해 더욱 먼 곳은 관여하지 않는 것을 말한다. 종교를 예로 들면, 나는 우리의 고대 종교만을 믿는다. 내게 가까운 종교이기 때문이다. 비록 그 종교가 결점을 내포하고 있다 해도, 나는 결점을 고쳐 가면서라도 그 종교를 믿어야 한다. (중략) 스와테시 정신을 가진 힌두인은 종교를 바꾸지 않는다. 그것은 그가 힌두교를 최고라고 생각해서가 아니라, 힌두교를 개혁할 수 있다고 생각하기 때문이다. 힌두교에 대해 내가 말한 것은 아마 세계의 다른 종교에도 마찬가지로 적용되는 내용일 것이다. 다른 사람들도 모두 자신들의 종교에 대해서 똑같은 생각을 할 것이다. (중략)

스와테시에 대한 내 생각은 잘 알려져 있다. 나는 가까운 이웃을 희생시키면서 먼 이웃을 돕지는 않는다. 그것은 복수나 정벌 때문이 아니다. 그것은 편협한 생각이 아니다. 나는 다른 나라에서 내 정신의 성장에 필요한 것을 구한다. 그러나 아무리 훌륭한 것이라고 해도 내 성장을 가로막거나 자연에 피해를 준다면 그것을 구하지 않겠다.

나는 다른 나라에서 건강하고 유익한 문화를 받아들인다. 영국에서 의료 기구를, 오스트리아에서 연필을, 스위스에서 시계를 구입한다. 그러나 아무리 훌륭한 품질을 지녔다 해도 영국이나 일본 또는 다른 나라에서 단 하나의 면직물도 구입하지 않겠다. 이것을 구입하면 인도 민중들이 크게 피해를 입기 때문이다. (중략)

다른 나라를 무시하면서 인도만을 위해 살아간다고 해도, 나는 다른 나라에 피해를 주지는 않는다. 나의 애국심은 배타적이면서 동시에 포괄적이다. 그것은 내가 조국에만 관심을 기울인다는 의미에서 배타적이다. 그러나 그것은 나의 정신이 경쟁적이거나 절대적인 성질을 갖고 있지 않다는 의미에서 포괄적이다.

* 스와데시: 20세기 초에 인도에서 전개되었던 독립운동 표어의 하나. 국산품의 애용과 장려를 주장한 반영(反英) 민족 운동이다.

[문제 1] 제시문 가)~라)는 자문화 또는 타 문화를 이해하는 다양한 태도가 드러나는 글이다. 제시문 가), 나), 다), 라)에 나타나는 문화 이해의 태도를 찾아 비교·대조하되, 통일성 있는 한 편의 글로 완성하시오. (700자 내외, 띄어쓰기 공백 제외)

2. 예시 답안 혹은 정답

제시문 가), 나), 다), 라)에 나타나는 문화 이해의 다양한 태도를 두 기준에 따라 비교·대조할 수 있다.

첫째, 문화의 우열 평가를 기준으로 살펴보면, 가), 다)에는 문화의 우열을 평가하는 문화 절대주의, 나), 라)에는 문화의 우열을 평가하지 않는 문화 상대주의가 나타난다는 공통점이 있다. 그러나 다)에 등장하는 ‘구 씨’의 태도에 서양 문화를 추종하면서도 장점을 받아들여 조선 문화 발전의 계기로 삼으려는 긍정적인 면이 있는 것과 달리, 가)에 등장하는 ‘젊은이’의 태도는 조나라 문화를 맹목적으로 따르다가 자기 것을 잃는 폐단만 보여준다. 한편, 나)의 태도는 문화 상대주의의 전형을 보여주지만, 라)의 태도는 그 변형에 가깝다. 건강하고 유익하다고 생각되는 타 문화를 유연하게 수용하면서도 자문화의 유지 및 보호를 위해서라면 타 문화에 배타적인 태도를 보이기 때문이다. 이는 당시 인도의 특수한 사정에 기인한다.

둘째, 자문화 인식을 기준으로 살펴보면, 가), 다)에는 자문화에 대한 비우호적인 태도, 나), 라)에는 자문화에 대한 우호적인 태도가 나타난다는 공통점이 있다. 가), 다)에서는 자문화를 열등하고 부끄럽게 여기는 동시에 타 문화에 대한 강렬한 선망과 부러움을 드러내는 문화 사대주의를 볼 수 있다. 이와 달리, 나)에 언급된 이슬람교도와 라)의 필자는 자문화에 절대적인 가치를 부여하며 소중히 여기는 태도를 보여준다. 다만 나)의 이슬람교도가 돼지고기 금기의 준수 여부로 야만과 문명을 구분하는 자문화 중심주의의 전형을 보여준다면, 라)의 필자가 보여주는 태도는 인도 문화를 우월하게 여겨서가 아니라 ‘가까운 주변’의 것이고, 자신이 고칠 수 있는 것이라는 생각에서 비롯되므로 일반적인 자문화 중심주의와 차이가 있다.

현대 사회는 세계화되고 있으며 우리 사회도 다문화 사회로 변화하고 있다. 나)와 같은 문화 상대주의적 태도를 갖추되, 다), 라)의 태도가 지니는 일부 긍정적인 면을 참고하고 가)의 극단적 태도를 경계해야 하겠다. (756자)

[사회계열 2번]

1. 문항 및 제시문

【문제 2】 (50점)

※ 다음 제시문과 표를 참조하여 물음에 답하시오.

가)

자연의 주인은 인간이 아닌 자연!

미국 전역에는 요세미티 국립 공원을 포함해 약 60여 개의 국립 공원이 있다. 미국의 국립 공원 정책은 자연을 있는 그대로 보전하는 데 초점을 맞추고 있다. 그래서 국립 공원에서 산불이 나도 자연 현상에 의해 일어난 불일 경우 웬만해서는 인간이 나서서 끄지 않는다. 인간이 개입할 일이 아니라고 판단하기 때문이다. 이 사례에서 우리는 생태 중심주의적 태도를 찾아볼 수 있다. 생태 중심주의는 인간을 포함한 자연 전체를 하나로 보는 전일론적 관점을 취한다. 전일론적 관점에 따르면, 자연은 인간, 동식물, 환경 등과 같은 다양한 구성원이 유기적으로 엮여 있는 생태계이다. 따라서 인간은 자연과 독립적으로 존재할 수 없다. 또한, 생태 중심주의는 자연의 내재적 가치를 강조한다. 즉, 자연은 인간의 이익을 위한 수단으로만 고려될 수 없다는 것이다. 따라서, 인간은 자신뿐만 아니라 자연 전체에 도덕적 의무를 지니며, 자연에 대해 옳고 그름은 그것이 생태계의 균형과 안정에 얼마나 이바지하느냐에 달려 있다. 생태 중심주의는 인간이 자연으로부터 독립되어있다는 사고방식을 거부하고 전체 생태계의 관점에서 문제를 바라보도록 한다. 나아가 인간이 생태계를 보전해야 할 의무가 있다는 점을 일깨움으로써 환경 문제를 바라보는 새로운 시각을 제공해 준다.

나)

열대 과일 팜의 열매로부터 얻어지는 식물성 기름인 팜유는 립스틱부터 치약, 도넛, 초콜릿 바까지 수천 가지 제품의 원료로 이용된다. 팜유의 최대 생산지는 인도네시아이다. 원시림에 불을 놓아 만들어진 인도네시아의 대규모 팜유 농장은 많은 일자리를 창출하고 수출을 통해 외화를 벌어들여 인도네시아 경제 발전에 크게 이바지했다.

다)

환경적으로 건전하고 지속 가능한 개발을 실현하기 위해서는 ‘좀 더 빠르게, 좀 더 높게, 좀 더 강하게’와 같은 양적 성장주의를 반성하고, 진정한 행복이 무엇인지에 대한 깊은 성찰이 필요하다. 슈마허는 “작은 것이 아름답다.”라고 하면서 경제 성장을 외면하지 않는 동시에 환경을 보호할 수 있는 방안을 강구했다. 행복이라는 보이지 않는 가치에 집중해 온 그는 불교 사상을 통해 그 해결책을 찾았다. 그는 그 핵심을 소박함과 비폭력이라고 말한다. 적은 수단으로 만족할 만한 결과를 만들어 내는 것, 혹은 최소한의 소비로 최대한의 복지를 확보하는 것이 합리적이다. 반대로 많이 소비할수록 행복하다는 양적인 접근은 비합리적인 것이다. 또한, 나무와 물은 물론이고, 심지어 석탄이나 원유 등도 보존을 위해 노력해야 하며, 이를 함부로 사용하는 것을 일종의 폭력 행위로 규정한다.

<표> 세계 행복 지수와 다양한 통계 순위 비교

구분	국제연합(UN)의 세계 행복 보고서, 2016년	국제 부흥 개발은행(IBRD)의 1인당 국내 총생산*, 2016년	국제 투명성 기구(TI)의 부패 인식 지수**, 2015년	세계 경제 포럼(WEF)의 환경 성과 지수***, 2016년
덴마크	1위	10위	1위	4위
스위스	2위	2위	7위	16위
아이슬란드	3위	13위	13위	2위
노르웨이	4위	4위	5위	17위
핀란드	5위	19위	2위	1위
캐나다	6위	17위	9위	25위
우리나라	157개국 중 58위	215개국 중 35위	167개국 중 37위	180개국 중 80위

* 1인당 국내 총생산: 일정 기간 한 나라 안에서 생산되어 최종적으로 사용되는 모든 재화와 서비스의 시장 가치의 합으로 측정된 국내 총생산(GDP)을 국가 인구수로 나눈 것이다.

** 부패 인식 지수: 국제 투명성 기구(TI)가 매년 발표하는 국가별 부패 인식 지수이다. 국가별 공직자의 부패 정도에 관한 설문 조사를 종합하여 분석하고 평가한다.

*** 환경 성과 지수: 생태계 지속성과 환경 보건 관리에 관한 국가별 성과를 측정한 지수로, 보건 영향, 대기의 질, 식수 및 위생, 기후와 에너지, 생물 종의 다양성과 서식지 등의 지표를 사용한다.

[문제 2] 제시문 나)의 자연에 대한 ‘관점과 가치’를 제시문 가)의 생태 중심주의적 ‘관점과 가치’와 대조하고, <표>에 제시된 우리나라 행복 지수의 순위를 향상하는 데 필요한 방법은 무엇인지 제시문 다)의 입장에서 논술하시오. (700자 내외, 띄어쓰기 공백 제외)

2. 예시 답안 혹은 정답

제시문 나)의 자연관은 인간을 가장 가치 있는 존재로 여기고, 인간과 자연의 관계에서 인간의 이익이나 행복을 먼저 고려하는 **인간 중심주의 자연관**이다. 즉 자연의 가치를 인간의 이익에 따라 평가하는 관점이다. 인간 중심주의 자연관은, 자연을 인간, 동식물, 환경 등과 같은 다양한 구성원이 유기적으로 엮여 있는 생태계로 바라보는 제시문 나)의 생태 중심주의 자연관과 대조적으로 인간을 자연과 분리하여 바라보는 **이분법적 관점**을 취한다. 또한 자연의 내재적 가치를 강조하는 생태 중심주의 자연관과 대조적으로, 자연이 인간의 풍요로운 삶을 위한 도구에 불과하다는 **자연의 도구적 가치**를 강조한다. 인간 중심주의 자연관은 인간을 자연보다 우월한 존재로 인식하기도 하며, 환경파괴의 주요 원인이 된다.

제시문 다)의 입장은 지나친 인간 중심주의를 지양하고 무분별한 개발과 지나친 소비라는 문제를 해결하기 위해 환경적으로 건전하고 지속가능한 개발을 추구하는 것이다. <표 1>을 보면 우리나라의 GDP는 상위 16%이나 환경성과지수는 상위 44%에 불과하고 행복순위도 상위 37%에 속한다. 우리나라의 행복지수를 높이기 위해서는 **환경성과지수가 다른 지표에**

비해 낮은 점과 경제발전의 가능성을 고려하면서 생태계 지속성과 환경에 보다 많은 관심을 기울여야 한다. 자연과 조화를 이루는 개발을 위해서는 환경 친화적인 상품으로 소비 패턴을 전환하거나, 분리수거를 통해 쓰레기 소각량을 줄여 환경 오염을 줄이고, 녹지 공간을 만들어 자연생태계를 보호하며, 자동차 대신 자전거를 이용하여 화석연료의 사용을 줄이려는 노력 등을 할 수 있다. 또한 우리가 생태계의 한 구성원임을 깨닫고 책임 의식을 가지고 자연을 보호하는 실천적 노력이 필요하다.

[이학계열 1번]

1. 문항 및 제시문

【문제 1】 (70점)

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 대한 풀이 과정과 답을 제시하시오.(답만 기재하면 0점 처리)

가) 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 등차중항이라 하고 $2b = a + c$ 를 만족시킨다.
 0이 아닌 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 등비중항이라 하고 $b^2 = ac$ 를 만족시킨다.

나) 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a) = 0$ 이고, $x = a$ 의 좌우에서
 (1) $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이다.
 (2) $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이다.

다) 어떤 기준에 따라 대상을 분명하게 정할 수 있을 때, 그 대상들의 모임을 집합이라 한다. 이때 집합을 이루는 대상 하나하나를 그 집합의 원소라고 한다. 두 집합 A, B 에 대하여 A 에도 속하고 B 에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합을 A 와 B 의 교집합이라 하고 이를 기호로 $A \cap B$ 와 같이 나타낸다.

라) 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때,

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$
 이다.

[문제 1-1] 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

- (1) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 교점의 개수가 2이기 위한 두 실수 a 와 b 의 값의 범위를 각각 구하시오.
- (2) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 곡선 $y = (x + p)(x + 2p)$ 의 교점의 개수가 3이기 위한 실수 p 의 값의 범위를 구하시오.

[문제 1-2] 서로 다른 세 실수 a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루고 $abc = 8$ 이다. 세 실수 a, b, c 를 다른 순서로 적당히 나열하여 등차수열을 만들 수 있을 때, 세 실수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 를 모두 구하시오.

[문제 1-3] 함수 $f(x) = 2x - x^2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 가 x 축과 만나는 두 점을 각각 $O(0, 0), A(2, 0)$ 이라 하자. $0 < b < 2$ 인 실수 b 에 대하여 점 $B(b, f(b))$ 는 곡선 $y = f(x)$ 위의 점이고, 선분 OB 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $C(c, f(c))$ ($0 < c < b$)는 삼각형 OBC 의 넓이가 최대가 되게 하는 점이다. 사각형 $OABC$ 의 넓이의 최댓값을 구하시오.

[문제 1-4] 전체집합 $U = \{f(x) | f(x) = ax + b, a, b \text{는 실수}\}$ 의 세 부분집합

$$A = \left\{ f(x) \mid \int_0^1 f(x)(3x-1)dx = 0 \right\}$$

$$B = \left\{ f(x) \mid \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = 1 \right\}$$

$$C = \left\{ f(x) \mid \int_0^1 \{f(x) - (3x-1)\}^2 dx = 1 \right\}$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

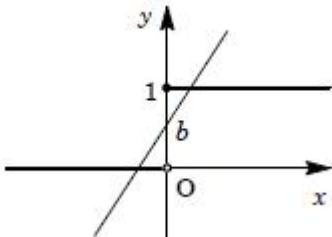
- (1) $f(x) \in A$ 일 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 항상 점 P를 지난다. 점 P의 좌표를 구하시오.
 (2) $f(x) \in A \cap B$ 일 때, $\int_0^1 \{f(x) - (3x-1)\}^2 dx$ 의 값을 구하시오.
 (3) $f(x) \in B \cap C$ 인 함수 $f(x)$ 를 모두 구하시오.

2. 예시 답안 혹은 정답

[문제 1-1]

(1) (6점)

$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 교점의 개수가 2이기 위해서는 다음과 같아야 한다.



-----[2점]

따라서 직선 $y = ax + b$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프와 2개의 교점을 가지려면 직선의 y 절편 b 는 0초과 1 이하여야 하고 기울기 a 는 0보다 커야 한다.

따라서 $a > 0, 0 < b \leq 1$

-----[4점]

정답) $a > 0, 0 < b \leq 1$

(2) (7점)

곡선 $y = (x+p)(x+2p)$ 는 $p \neq 0$ 이면 서로 다른 두 점 $(-p, 0), (-2p, 0)$ 에서 x 축과 만난다.

-----[2점]

곡선 $y = (x+p)(x+2p)$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만나려면 곡선 $y = (x+p)(x+2p)$ 는 $x < 0$ 에서 두 점에서 x 축과 만나고 y 축과 교점의 y 좌표는 0 초과 1 이하여야 한다.

-----[2점]

따라서 $p > 0$ 이고 $0 < 2p^2 \leq 1$ 이므로 $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

즉 $0 < p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

-----[3점]

$$\text{정답) } 0 < p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

[문제 1-2]

(15점)

a, b, c 는 이 순서대로 등비수열을 이루므로 $b^2 = ac$ 이고

$$8 = abc = b^3 \text{ 이므로 } b = 2, ac = 4$$

-----[3점]

세 실수 a, b, c 를 다른 순서로 나열하면 등차수열이므로 다음과 같이

(i) b 가 등차중항인 경우

(ii) a 가 등차중항인 경우

(iii) c 가 등차중항인 경우

의 세 가지 경우가 있다. 각 경우를 살펴보자.

(i) b 가 등차중항인 경우

$$\text{그러면 } 2b = a + c \text{이고 } b = 2 \text{이므로 } a + c = 4$$

$$ac = 4 \text{이므로 } a \text{와 } c \text{는 } t^2 - (a+c)t + ac = 0 \text{의 두 근이다. 그러므로 } a = c = 2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 2, c = 2$$

하지만 a, b, c 가 서로 다르다는 가정을 만족하지 않는다.

-----[3점]

(ii) a 가 등차중항인 경우

$$\text{그러면 } 2a = b + c = 2 + c \text{이고 } c = 2a - 2$$

$$ac = 4 \text{이므로 } 2a^2 - 2a = 4 \text{이고, } 2(a^2 - a - 2) = 2(a-2)(a+1) = 0$$

$$\text{그러므로 } a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

하지만 $a = 2$ 이면 $c = 2$ 가 되어 a, b, c 가 서로 다르다는 가정을 만족하지 않는다.

$$\text{따라서 } a = -1, b = 2, c = -4$$

-----[3점]

(iii) c 가 등차중항인 경우

$$\text{그러면 } 2c = a + b = a + 2 \text{이고 } a = 2c - 2$$

$$ac = 4 \text{이므로 } 2c^2 - 2c = 4 \text{이고, } 2(c^2 - c - 2) = 2(c-2)(c+1) = 0$$

$$\text{그러므로 } c = -1 \text{ 또는 } c = 2$$

하지만, $c = 2$ 이면 $a = 2$ 가 되어 a, b, c 가 서로 다르다는 가정을 만족하지 않는다.

$$\text{따라서 } a = -4, b = 2, c = -1 \text{ 이다.}$$

-----[3점]

결국 구하는 세 실수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 는 $(-1, 2, -4), (-4, 2, -1)$ 이다.

-----[3점]

$$\text{정답) } (-1, 2, -4), (-4, 2, -1)$$

[문제 1-3]

(17점)

점 $B(b, 2b - b^2)$ 라 하면 $0 < b < 2$ 이고, 선분 OB의 길이는

$$\sqrt{b^2 + (-b^2 + 2b)^2} = b\sqrt{1 + (b-2)^2}$$

직선 OB의 방정식은 $y = \frac{2b - b^2}{b}x = (2 - b)x$

-----[2점]

이제 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $C(c, 2c - c^2)$ 와 직선 OB 사이의 거리는

$$\frac{|(2-b)c - (-c^2 + 2c)|}{\sqrt{1 + (2-b)^2}} = \frac{|c^2 - bc|}{\sqrt{1 + (2-b)^2}}$$

그러므로 삼각형 OBC의 넓이는

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\text{선분 OB의 길이}) \times (\text{점 C와 직선 OB 사이의 거리}) \\ &= \frac{1}{2} (b\sqrt{1 + (b-2)^2}) \frac{|c^2 - bc|}{\sqrt{1 + (2-b)^2}} = \frac{b}{2} |c^2 - bc| \end{aligned}$$

그런데 $0 < t < b$ 인 실수 t 에 대하여 점 $P(t, 2t - t^2)$ 는 곡선 $y = f(x)$ 위의 점이고 선분 OB에 대하여 삼각형 OBP의 넓이를 구하면

$$\begin{aligned} (\text{삼각형 OBP의 넓이}) &= \frac{b}{2} |t^2 - bt| \\ &= \frac{b}{2} (bt - t^2) \\ &= -\frac{b}{2} \left(\left(t - \frac{b}{2} \right)^2 - \frac{b^2}{4} \right) \\ &\leq \frac{b^3}{8} \end{aligned}$$

그러므로 $t = \frac{b}{2}$ 일 때, 삼각형 OBP의 넓이가 최대이다. 따라서 점 C의 좌표는 $\left(\frac{b}{2}, b - \frac{b^2}{4}\right)$ 이다.

-----[4점]

이제 사각형 OABC의 넓이의 최댓값을 구하면

$$\begin{aligned} (\text{사각형 OABC의 넓이}) &= (\text{삼각형 OBC의 넓이}) + (\text{삼각형 OAB의 넓이}) \\ &= \frac{b^3}{8} + \frac{1}{2} \times 2 \times (-b^2 + 2b) \\ &= \frac{b^3}{8} - b^2 + 2b \end{aligned}$$

-----[3점]

$g(b) = \frac{b^3}{8} - b^2 + 2b$ 라 하면

$$g'(b) = \frac{3}{8}b^2 - 2b + 2 = \frac{1}{8}(3b - 4)(b - 4)$$

$b = \frac{4}{3}$ 또는 $b = 4$ 일 때 $g'(b) = 0$

-----[3점]

$y = g(b)$ 의 증감표는 다음과 같다.

b	0	...	$\frac{4}{3}$...	2
$g'(b)$		+	0	-	
$g(b)$	0	↗	$\frac{32}{27}$	↘	0

-----[3점]

따라서 사각형 OABC의 넓이의 최댓값은 $\frac{32}{27}$ 이다.

-----[2점]

정답) $\frac{32}{27}$

[문제 1-4]

(1) (6점)

일차함수 $f(x) = ax + b$ 를 집합 A 의 원소라 하면 $\int_0^1 (3x-1)f(x)dx = 0$ 이 성립한다.

-----[1점]

따라서

$$\begin{aligned} \int_0^1 (3x-1)(ax+b)dx &= \int_0^1 \{3ax^2 + (3b-a)x - b\}dx \\ &= \left[ax^3 + \frac{1}{2}(3b-a)x^2 - bx \right]_0^1 \\ &= a + \frac{1}{2}(3b-a) - b \\ &= \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = 0 \end{aligned}$$

이고 $b = -a$

-----[3점]

따라서 모든 실수 a 에 대해 $f(x) = ax - a = a(x-1)$ 이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 a 에 상관없이 항상 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

-----[2점]

정답) $(1, 0)$

(2) (8점)

일차함수 $f(x)$ 가 집합 $A \cap B$ 의 원소라 하면, $f(x)$ 는 집합 A 의 원소이므로

$$\int_0^1 f(x)(3x-1)dx = 0$$

또한 $f(x)$ 는 집합 B 의 원소이므로 $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = 1$

-----[2점]

따라서

$$\int_0^1 \{f(x) - (3x-1)\}^2 dx = \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx - 2 \int_0^1 f(x)(3x-1)dx + \int_0^1 (3x-1)^2 dx$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + 0 + \int_0^1 (9x^2 - 6x + 1) dx \\
&= 1 + [3x^3 - 3x^2 + x]_0^1 \\
&= 1 + 3 - 3 + 1 = 2
\end{aligned}$$

-----[6점]

정답) 2

(3) (11점)

일차함수 $f(x) = ax + b$ 를 집합 $B \cap C$ 의 원소라 하자. 그러면 $f(x)$ 는 집합 B 의 원소이므로 $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = 1$ 이 성립한다.

-----[1점]

따라서

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx &= \int_0^1 (ax + b)^2 dx \\
&= \int_0^1 (a^2 x^2 + 2abx + b^2) dx \\
&= \left[\frac{1}{3} a^2 x^3 + abx^2 + b^2 x \right]_0^1 = \frac{1}{3} a^2 + ab + b^2 = 1
\end{aligned}$$

이고

$$\frac{1}{3} a^2 + ab + b^2 = 1 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

-----[3점]

$f(x)$ 는 집합 C 의 원소이므로 $\int_0^1 \{f(x) - (3x - 1)\}^2 dx = 1$ 이 성립한다.

-----[1점]

그런데 $f(x) \in B$ 이므로 $\int_0^1 f(x)^2 dx = 1$ 이 성립하여

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \{f(x) - (3x - 1)\}^2 dx &= \int_0^1 [\{f(x)\}^2 - 2f(x)(3x - 1) + (3x - 1)^2] dx \\
&= \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx - 2 \int_0^1 f(x)(3x - 1) dx + \int_0^1 (3x - 1)^2 dx \\
&= 1 - 2 \int_0^1 (ax + b)(3x - 1) dx + \int_0^1 (9x^2 - 6x + 1) dx \\
&= 1 - 2 \left[ax^3 + \frac{1}{2}(3b - a)x - bx \right]_0^1 + [3x^3 - 3x^2 + x]_0^1 \\
&= 1 - a - b + 1 = 1
\end{aligned}$$

즉,

$$a + b = 1 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

-----[3점]

이제 ①과 ②를 연립하면

$$1 = \frac{1}{3}a^2 + ab + b^2 = \frac{1}{3}a^2 + a(1-a) + (1-a)^2 = \frac{1}{3}a^2 - a + 1$$

이고

$$a^2 - 3a = 0$$

따라서 $a = 0, b = 1$ 또는 $a = 3, b = -2$

-----[2점]

그러므로 $f(x) = 1$ 또는 $f(x) = 3x - 2$

-----[1점]

정답) $f(x) = 1$ 또는 $f(x) = 3x - 2$

1. 문항 및 제시문

【문제 2】 (30점)

※ 다음 제시문과 표를 참조하여 물음에 답하시오.

가)

자연의 주인은 인간이 아닌 자연!

미국 전역에는 요세미티 국립 공원을 포함해 약 60여 개의 국립 공원이 있다. 미국의 국립 공원 정책은 자연을 있는 그대로 보존하는 데 초점을 맞추고 있다. 그래서 국립 공원에서 산불이 나도 자연 현상에 의해 일어난 불일 경우 웬만해서는 인간이 나서서 끄지 않는다. 인간이 개입할 일이 아니라고 판단하기 때문이다. 이 사례에서 우리는 생태 중심주의적 태도를 찾아볼 수 있다. 생태 중심주의는 인간을 포함한 자연 전체를 하나로 보는 전일론적 관점을 취한다. 전일론적 관점에 따르면, 자연은 인간, 동식물, 환경 등과 같은 다양한 구성원이 유기적으로 엮여 있는 생태계이다. 따라서 인간은 자연과 독립적으로 존재할 수 없다. 또한, 생태 중심주의는 자연의 내재적 가치를 강조한다. 즉, 자연은 인간의 이익을 위한 수단으로만 고려될 수 없다는 것이다. 따라서, 인간은 자신뿐만 아니라 자연 전체에 도덕적 의무를 지니며, 자연에 대해 옳고 그름은 그것이 생태계의 균형과 안정에 얼마나 이바지하느냐에 달려 있다. 생태 중심주의는 인간이 자연으로부터 독립되어있다는 사고방식을 거부하고 전체 생태계의 관점에서 문제를 바라보도록 한다. 나아가 인간이 생태계를 보전해야 할 의무가 있다는 점을 일깨움으로써 환경 문제를 바라보는 새로운 시각을 제공해 준다.

나)

열대 과일 팜의 열매로부터 얻어지는 식물성 기름인 팜유는 립스틱부터 치약, 도넛, 초콜릿 바까지 수천 가지 제품의 원료로 이용된다. 팜유의 최대 생산지는 인도네시아이다. 원시림에 불을 놓아 만들어진 인도네시아의 대규모 팜유 농장은 많은 일자리를 창출하고 수출을 통해 외화를 벌어들여 인도네시아 경제 발전에 크게 이바지했다.

다)

환경적으로 건전하고 지속 가능한 개발을 실현하기 위해서는 ‘좀 더 빠르게, 좀 더 높게, 좀 더 강하게’와 같은 양적 성장주의를 반성하고, 진정한 행복이 무엇인지에 대한 깊은 성찰이 필요하다. 슈마허는 “작은 것이 아름답다.”라고 하면서 경제 성장을 외면하지 않는 동시에 환경을 보호할 수 있는 방안을 강구했다. 행복이라는 보이지 않는 가치에 집중해 온 그는 불교 사상을 통해 그 해결책을 찾았다. 그는 그 핵심을 소박함과 비폭력이라고 말한다. 적은 수단으로 만족할 만한 결과를 만들어 내는 것, 혹은 최소한의 소비로 최대한의 복지를 확보하는 것이 합리적이다. 반대로 많이 소비할수록 행복하다는 양적인 접근은 비합리적인 것이다. 또한, 나무와 물은 물론이고, 심지어 석탄이나 원유 등도 보존을 위해 노력해야 하며, 이를 함부로 사용하는 것을 일종의 폭력 행위로 규정한다.

<표> 세계 행복 지수와 다양한 통계 순위 비교

구분	국제연합(UN)의 세계 행복 보고서, 2016년	국제 부흥 개발은행(IBRD)의 1인당 국내 총생산*, 2016년	국제 투명성 기구(TI)의 부패 인식 지수**, 2015년	세계 경제 포럼(WEF)의 환경 성과 지수***, 2016년
덴마크	1위	10위	1위	4위
스위스	2위	2위	7위	16위
아이슬란드	3위	13위	13위	2위
노르웨이	4위	4위	5위	17위
핀란드	5위	19위	2위	1위
캐나다	6위	17위	9위	25위
우리나라	157개국 중 58위	215개국 중 35위	167개국 중 37위	180개국 중 80위

* 1인당 국내 총생산: 일정 기간 한 나라 안에서 생산되어 최종적으로 사용되는 모든 재화와 서비스의 시장 가치의 합으로 측정한 국내 총생산(GDP)을 국가 인구수로 나눈 것이다.

** 부패 인식 지수: 국제 투명성 기구(TI)가 매년 발표하는 국가별 부패 인식 지수이다. 국가별 공직자의 부패 정도에 관한 설문 조사를 종합하여 분석하고 평가한다.

*** 환경 성과 지수: 생태계 지속성과 환경 보건 관리에 관한 국가별 성과를 측정한 지수로, 보건 영향, 대기의 질, 식수 및 위생, 기후와 에너지, 생물 종의 다양성과 서식지 등의 지표를 사용한다.

[문제 2] 제시문 나)의 자연에 대한 ‘관점과 가치’를 제시문 가)의 생태 중심주의적 ‘관점과 가치’와 대조하고, <표>에 제시된 우리나라 행복 지수의 순위를 향상하는 데 필요한 방법은 무엇인지 제시문 다)의 입장에서 논술하시오. (500자 내외, 띄어쓰기 공백 제외)

7. 예시 답안 혹은 정답

제시문 나)의 자연관은 인간을 가장 가치 있는 존재로 여기고, 인간과 자연의 관계에서 인간의 이익이나 행복을 먼저 고려하는 **인간 중심주의 자연관**이다. 즉 자연의 가치를 인간의 이익에 따라 평가하는 관점이다. 인간 중심주의 자연관은, 자연을 인간, 동식물, 환경 등과 같은 다양한 구성원이 유기적으로 엮여 있는 생태계로 바라보는 제시문 나)의 생태 중심주의 자연관과 대조적으로 인간을 자연과 분리하여 바라보는 **이분법적 관점**을 취한다. 또한 자연의 내재적 가치를 강조하는 생태 중심주의 자연관과 대조적으로, 자연이 인간의 풍요로운 삶을 위한 도구에 불과하다는 **자연의 도구적 가치**를 강조한다.

제시문 다)의 입장은 지나친 인간 중심주의를 지양하고 무분별한 개발과 지나친 소비라는 문제를 해결하기 위해 환경적으로 건전하고 지속가능한 개발을 추구하자는 것이다. <표 1>을 보면 우리나라의 GDP는 상위 16%이나 환경성과지수는 상위 44%에 불과하고 행복순위도 상위 37%에 속한다. 우리나라의 행복지수를 높이기 위해서는 **환경성과지수가 다른 지표에 비해 낮은 점과 경제발전의 가능성을 고려하면서 생태계 지속성과 환경에 보다 많은 관심을 기울여야 한다.** 이를 위해 **환경 친화적인 상품으로 소비 패턴을 전환하거나, 분리수거를 통해 쓰레기 소각량을 줄여 환경 오염을 줄이고, 녹지 공간을 만들어 자연생태계를 보호하며, 자동차 대신 자전거를 이용하여 화석연료의 사용을 줄이려는 노력 등을 할 수 있다.**

1. 문항 및 제시문

【문제 1】 (50점)

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 대한 풀이 과정과 답을 제시하시오. (답만 기재하면 0점 처리)

가) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

나) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 와 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

다) 다음은 탄젠트함수의 덧셈정리이다.

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

[문제 1-1] 자연수 n 에 대하여 점 $(0, -n)$ 에서 곡선 $y = \ln x$ 에 그은 접선의 x 절편을 x_n 이라

하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{x_{n+1}}$ 의 값을 구하시오.

[문제 1-2] 직선 $y = kx$ 가 점 $(a, \ln a)$ 에서 곡선 $y = \ln x$ 에 접할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, k 는 상수)

(1) a 와 k 의 값을 각각 구하시오.

(2) 곡선 $y = \ln x$ 와 x 축 및 직선 $x = a$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라 하고,

곡선 $y = \ln x$ 와 직선 $y = kx$ 및 직선 $x = a^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 할 때, S_1, S_2 를 각각 구하시오.

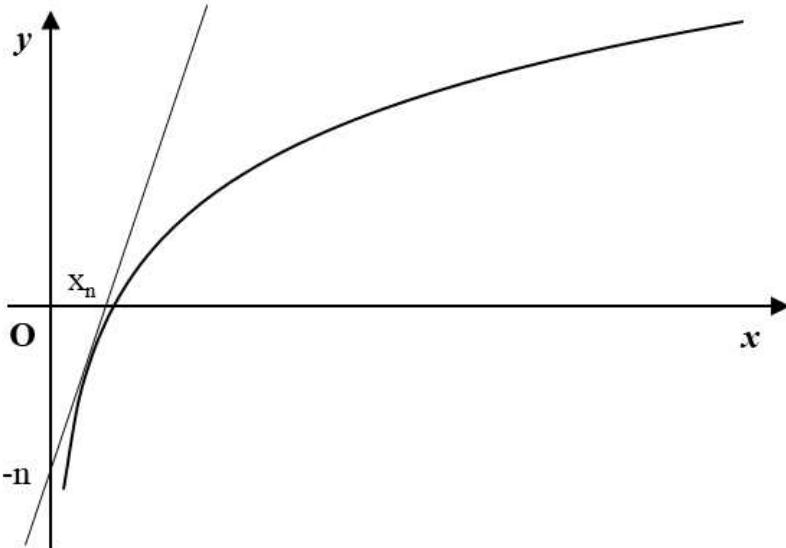
[문제 1-3] 곡선 $y = \ln x$ 위의 서로 다른 두 점 P_1, P_2 의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)라 하고, 곡선 $y = \ln x$ 위의 점 P_1 에서의 접선과 곡선 $y = \ln x$ 위의 점 P_2 에서의 접선이 만나는 점을 R 라 하자. $\tan(\angle P_1 R P_2)$ 를 x_1, x_2 에 대한 식으로 나타내시오.

[문제 1-4] 함수 $f(x) = \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선이 직선

$x=1$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q_1 에서의 접선이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 3 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q_{n-1} 에서의 접선이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 Q_n 이라 하자. 선분 P_kQ_k 의 길이를 l_k ($k=1, 2, 3, \dots$)라 할 때, $\sum_{k=1}^{\infty} l_k$ 의 값을 구하시오.

2. 예시 답안 혹은 정답

[문제 1-1]
(10점)



점 $(0, -n)$ 와 곡선 $y = \ln x$ 위의 임의의 점 $(a, \ln a)$ 를 지나면서 $y = \ln x$ 에 접하는 직선의 기울기는 $\frac{1}{a}$

이므로 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - \ln a = \frac{1}{a}(x - a)$$

$$y = \frac{1}{a}x + \ln a - 1$$

위의 접선 방정식에서 y 절편이 $-n$ 이므로

$$\ln a - 1 = -n$$

$$\text{따라서 } a = \frac{1}{e^{n-1}}$$

-----[2점]

접선의 x 절편 x_n 은

$$0 = \frac{1}{a} \times x_n - n = e^{n-1} \times x_n - n$$

$$x_n = \frac{n}{e^{n-1}}$$

-----[3점]

$$0 = \frac{1}{a} \times x_n - n = e^{n-1} \times x_n - n$$

$$x_n = \frac{n}{e^{n-1}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{x_{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{e^{n-1}} \frac{e^n}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(e \times \frac{n}{n+1} \right) = e$$

-----[5점]

정답) e

[문제 1-2]

(1) (4점)

직선 $y = kx$ 가 점 $(a, \ln a)$ 에서 곡선 $y = \ln x$ 에 접하므로 $(a, \ln a) = (a, ka)$, 즉 $\ln a = ka$
접선의 기울기는

$$\frac{1}{a} = k, ka = 1$$

$$ka = 1 = \ln a$$

$$a = e$$

-----[2점]

$$k = \frac{1}{e}$$

-----[2점]

정답) $a = e, k = \frac{1}{e}$

(2) 접점의 x 좌표가 e 이므로 영역 S_1 과 S_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_1 = \int_1^e \ln x dx = [x \ln x - x]_1^e = 1$$

-----[3점]

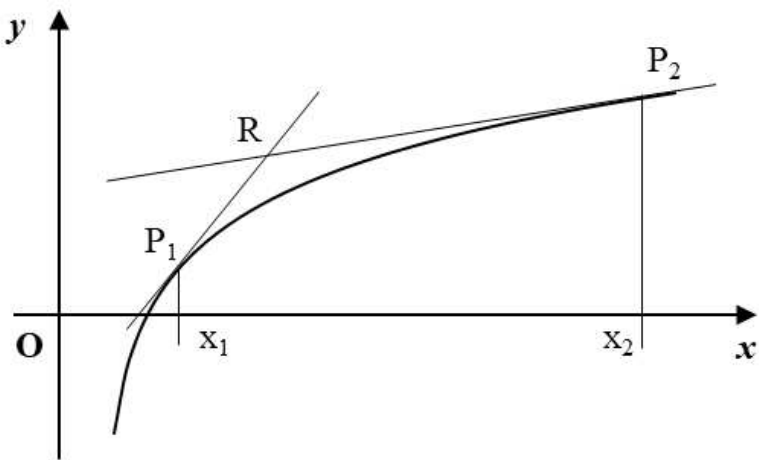
$$S_2 = \int_e^{e^2} \left(\frac{1}{e}x - \ln x \right) dx = \left[\frac{1}{2e}x^2 - x \ln x + x \right]_e^{e^2} = \frac{1}{2}e^3 - e^2 - \frac{1}{2}e$$

-----[3점]

정답) $S_1 = 1, S_2 = \frac{1}{2}e^3 - e^2 - \frac{1}{2}e$

[문제 1-3]

(15점)



$\angle P_1RP_2 = \theta$ 라 하자.

접선 P_1R 이 x 축과 만나서 이루는 예각을 θ_1 , 접선 RP_2 이 x 축과 만나서 이루는 예각을 θ_2 라 할 때, $\tan\theta_1$ 과 $\tan\theta_2$ 는 각각 접선 P_1R 및 접선 RP_2 의 기울기와 같다.

따라서, 점 P_1 에서 곡선 $y = \ln x$ 에 대한 접선의 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

곡선 $y = \ln x$ 의 x_1 에서의 기울기가 $\frac{1}{x_1}$ 이므로 $\tan\theta_1 = \frac{1}{x_1}$ 이다.

-----[2점]

같은 방법으로 계산하면 $\tan\theta_2 = \frac{1}{x_2}$ 이다.

-----[2점]

$$\theta = \pi - (\theta_1 - \theta_2)$$

$$\tan\theta = \tan(\pi - (\theta_1 - \theta_2)) = -\tan(\theta_1 - \theta_2)$$

-----[3점]

탄젠트함수의 덧셈공식에 의해

$$-\tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}{1 + \tan\theta_1 \tan\theta_2}$$

-----[3점]

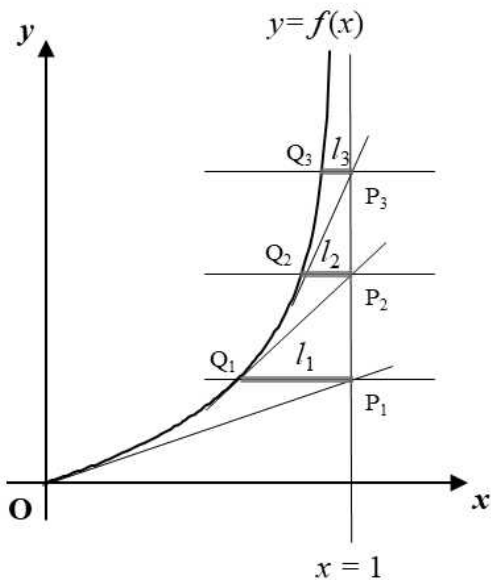
$$\therefore \tan\theta = -\tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}}{1 + \frac{1}{x_1} \frac{1}{x_2}} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2 + 1}$$

-----[5점]

정답) $\therefore \tan\theta = -\tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}}{1 + \frac{1}{x_1} \frac{1}{x_2}} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2 + 1}$

[문제 1-4]

(15점)



함수 $f(x) = \ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$ 의 도함수는 다음과 같다.

$$f'(x) = \frac{1}{1-x}$$

-----[3점]

따라서 점 P_n 과 점 Q_n 은 다음의 과정으로 구할 수 있다.

먼저 점 P_1 을 구하기 위해 접선의 관계식을 생각해 보면, 기울기가 $f'(0) = 1$ 이고, 점 $(0, 0)$ 을 지나는 접선은 $y = x$ 이므로 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이 된다.

점 Q_1 은 곡선 $f(x)$ 의 y 좌표가 1 일때의 점이므로 $f(x) = -\ln(1-x) = 1, x = 1 - e^{-1}$ 이 되어 점 Q_1 의 좌표는 $(1 - e^{-1}, 1)$ 이 된다.

점 P_2 을 구하기 위해 먼저 점 $Q_1(1 - e^{-1}, 1)$ 을 지나며 기울기가 $f'(1 - e^{-1}) = \left(\frac{1}{1 - (1 - e^{-1})}\right) = e$ 인 접선의 방정식을 구하면 $y = ex + (2 - e)$ 이므로, x 좌표가 1인 점 P_2 의 좌표는 $(1, 2)$ 가 된다.

점 Q_2 는 y 좌표가 2이므로 $f(x) = -\ln(1-x) = 2, x = 1 - e^{-2}$ 이 되어 점 Q_2 의 좌표는 $(1 - e^{-2}, 2)$ 이

된다. 따라서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$P_n(1, n)$, $Q_n(1 - e^{-n}, n)$ (P_n 과 Q_n 을 n 에 대한 식으로 표현하면 6점, 하나만 구하면 3점)
-----[6점]

즉, $l_k = e^{-k}$ 이며 이는 첫 번째 항이 e^{-1} 이고 공비가 e^{-1} 인 등비수열이 된다.
-----[3점]

공비 $0 < e^{-1} < 1$ 이므로,

$$\therefore \sum_{k=1}^{\infty} l_k = \frac{e^{-1}}{1 - e^{-1}} = \frac{1}{e - 1}$$

-----[3점]

정답) $\therefore \sum_{k=1}^{\infty} l_k = \frac{e^{-1}}{1 - e^{-1}} = \frac{1}{e - 1}$
--

[공학계열 2번]

1. 문항 및 제시문

가) 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, $x = \cos\theta, y = \sin\theta$ 와 같이 매개변수 θ 로 나타낼 수 있다.

나) 다음은 사인함수와 코사인함수의 덧셈정리이다.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

다) 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $f'(a) = 0$ 일 때, $x = a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이고, $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극대이다.

[문제 2-1] 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, $xy - 2xy^3$ 의 최댓값을 구하시오.

[문제 2-2] 두 자연수 a, b 와 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = -32$
- (나) 좌표평면 위의 세 점 $A(\alpha, 0), B(0, \beta), C(b, b)$ 로 이루어진 삼각형 ABC의 넓이는 19이다.

$a + b$ 의 최솟값을 구하시오.

[문제 2-3] 함수 $f(x) = (3x^2 - 4)(x - t)$ 의 극댓값과 극솟값의 차를 $g(t)$ 라 하자. $g(t)$ 의 최솟값을 구하시오. (단, t 는 실수)

[문제 2-4] 함수 $f(x) = x + \ln(1 - x)$ ($0 < x < 1$)에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선을 l 이라 하고, 점 $(t, f(t))$ 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선을 m 이라 하자. 두 직선 l, m 의 y 절편을 각각 $g(t), h(t)$ 라 할 때, $g(t) - h(t)$ 의 최솟값을 구하시오.

2. 예시 답안 혹은 정답

[문제 2-1] (11점)

$$\begin{aligned}
 xy - 2xy^3 &= \cos\theta\sin\theta - 2\cos\theta\sin^3\theta \\
 &= \cos\theta\sin\theta(1 - 2\sin^2\theta) \\
 &= \cos\theta\sin\theta\cos(2\theta)
 \end{aligned}$$

-----[5점]

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sin(2\theta) \cos(2\theta) \\
&= \frac{1}{4} \sin(4\theta) \\
&\leq \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

-----[6점]

[문제 2-2] (12점)

두 점 A, B를 지나는 직선 l 의 방정식을 구하면,

$$\beta x + \alpha y - \alpha\beta = 0 \text{ 또는 } y = -\frac{\beta}{\alpha}x + \beta$$

$\alpha + \beta = a$, $\alpha\beta = -32$ 이므로

$$\text{점 C와 직선 } l \text{ 사이의 거리는 } \frac{|\beta b + \alpha b - \alpha\beta|}{\sqrt{\beta^2 + \alpha^2}} = \frac{|ab + 32|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}$$

선분 \overline{AB} 의 길이가 $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ 이므로

$$\text{삼각형 ABC의 넓이는 } \frac{1}{2} \sqrt{\beta^2 + \alpha^2} \frac{|ab + 32|}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{|ab + 32|}{2} = 19$$

-----[7점]

$ab = -70$ 또는 $ab = 6$. a, b 는 자연수이므로 $ab = 6$

자연수의 곱으로 가능한 순서쌍 (a, b) 의 경우는 $(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ 이므로

$a + b$ 의 최솟값은 5

-----[5점]

[문제 2-3] (13점)

$$f'(x) = 9x^2 - 6tx - 4 = 0 \text{이므로 } x = \frac{t \pm \sqrt{t^2 + 4}}{3} \text{에서 극값을 가진다.}$$

$f'(x) = 0$ 의 두 근을 α, β ($\alpha < \beta$)라고 하면,

$$\alpha + \beta = \frac{2t}{3}, \alpha\beta = -\frac{4}{9}, \alpha - \beta = -\frac{2}{3}\sqrt{t^2 + 4} \text{이므로}$$

-----[5점]

$$\begin{aligned}
f(\alpha) - f(\beta) &= (3\alpha^2 - 4)(\alpha - t) - (3\beta^2 - 4)(\beta - t) \\
&= 3\alpha^3 - 4\alpha - 3\beta^3 + 4\beta - 3t(\alpha^2 - \beta^2) \\
&= 3\alpha^3 - 4\alpha - 3\beta^3 + 4\beta - 3t(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) \\
&= 3(\alpha^3 - \beta^3) - 4(\alpha - \beta) + 4t^2 \frac{\sqrt{t^2 + 4}}{3} \\
&= (\alpha - \beta) \{3(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) - 4\} + \frac{4}{3}t^2\sqrt{t^2 + 4} \\
&= (\alpha - \beta) \left[3\left\{(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta\right\} - 4 \right] + \frac{4}{3}t^2\sqrt{t^2 + 4} \\
&= -\frac{2}{3}\sqrt{t^2 + 4} \left\{ 3\left(\frac{2}{3}t\right)^2 - 3\left(-\frac{4}{9}\right) - 4 \right\} + \frac{4}{3}t^2\sqrt{t^2 + 4} \\
&= \frac{4}{9}\sqrt{t^2 + 4}(t^2 + 4)
\end{aligned}$$

-----[5점]

$$t^2 \geq 0 \text{이므로 } t = 0 \text{일 때 } g(t) = f(\alpha) - f(\beta) \geq \frac{4}{9}\sqrt{4} \cdot 4 = \frac{32}{9}$$

-----[3점]

[문제 2-4] (14점)

$$f'(t) = 1 - \frac{1}{1-t} = -\frac{t}{1-t}$$

-----[2점]

$$\text{직선 } l \text{의 방정식: } y = -\frac{t}{1-t}(x-t) + t + \ln(1-t)$$

-----[2점]

$$\text{직선 } m \text{의 방정식: } y = \frac{1-t}{t}(x-t) + t + \ln(1-t)$$

-----[2점]

직선 l 의 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$g(t) = -\frac{t}{1-t}(-t) + t + \ln(1-t)$$

-----[2점]

직선 m 의 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$h(t) = \frac{1-t}{t}(-t) + t + \ln(1-t)$$

-----[2점]

$$\begin{aligned}
g(t) - h(t) &= \frac{t^2}{1-t} + 1 - t \\
&= -2t + \frac{1}{1-t}
\end{aligned}$$

-----[2점]

$$= 2(1-t) + \frac{1}{1-t} - 2 \quad (0 < t < 1)$$
$$\geq 2\sqrt{2} - 2$$

-----[2점]