

세종캠퍼스 자연계열 논술고사 안내

- 고사 시간 : 70분
- 문제 형식 및 문제수 : 서술형 문제 7개 (배점 10점 문제 5개, 15점 문제 2개)
- 출제 범위 : 수학 I, 수학 II

올해 처음 실시되는 세종캠퍼스 자연계열 논술고사는 수학I, 수학II 교과서와 수능 수학영역의 문제와 유사한 형식과 내용으로 출제될 예정입니다. 풀이과정을 답과 함께 기술하는 서술형 문제로서 고교 교육과정을 충실히 이수한 학생이라면 어려움 없이 해결할 수 있는 난이도의 문제입니다. 또한, 수능을 준비하는 학생들에게 별도의 부담이 없도록 2023학년도 EBS 수능 연계교재 '수능특강', '수능완성'과의 연계성이 높게 출제될 예정입니다.

세종캠퍼스 자연계열 논술고사 예시 문제

문제 1 (10점)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 함수 $y=2^x$ 의 그래프를 y 축에 대해 대칭이동 시킨 후, x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 를 구하고, $y=g(x)$ 가 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 를 지날 때, a^2+b 를 구하시오.

문항 해설

지수함수의 그래프를 대칭이동, 평행이동 시켜 함수를 구한다. 지수함수와 로그함수는 서로 역함수임을 이용하여 역함수를 구하고, 지수함수, 로그함수의 성질을 활용하여 답을 구한다.

예시 답안

지수함수 $y=2^x$ 의 그래프를 y 축에 대해 대칭이동하면

$$y=2^{-x}$$

이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동하면,

$$f(x)=2^{-(x-2)}-8$$

함수 $y=f(x)$ 를 x 에 대하여 정리하면, $x=-\log_2(y+8)+2$ 이고,

x 와 y 를 바꾸어 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$g(x)=-\log_2(x+8)+2$$

함수 $g(x)$ 가 점 $(a, 0)$ 를 지나므로 $g(a)=0$ 이고, $f(0)=a$ 이다. 즉,

$$a=f(0)=2^{-(0-2)}-8=-4$$

이고, 함수 $g(x)$ 가 점 $(0, b)$ 를 지나므로 $g(0)=b$ 이다. 따라서 b

$$b=-\log_2 8+2=-1 \text{ 이고,}$$

$$a^2+b=16-1=15$$

단계	채점 기준	배점
(1)	지수함수의 그래프를 y 축에 대해 대칭이동한 함수를 구함 (1점) 대칭이동 후 평행이동한 함수를 구함 (2점)	3
(2)	로그함수를 이용하여 역함수를 구함	2
(3)	$g(a)=0$ 또는 $f(0)=a$ 를 이용하여 a 를 구함 (2점) $g(0)=b$ 또는 $f(b)=0$ 를 이용하여 b 를 구함 (2점) 구해진 a, b 를 이용하여 a^2+b 를 구함 (1점)	5

문제 2 (15점)

함수 $f(x) = -2x^3 + 3(a-1)x^2 + 6ax$ 의 극댓값이 0일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, $a \geq 0$)

문항 해설

도함수를 활용하여 함수의 극댓값을 구한다.

예시 답안

$$f'(x) = -6x^2 + 6(a-1)x + 6a = -6(x^2 - (a-1)x - a) = -6(x-a)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = a$$

이고, $a \geq 0$ 이므로 함수의 증감을 표로 나타내면 다음과 같다.

	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < a$	$x = a$	$x > a$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘		↗		↘

따라서, 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극댓값을 갖는다.

극댓값이 0 이므로,

$$f(a) = -2a^3 + 3(a-1)a^2 + 6a^2 = a^3 + 3a^2 = a^2(a+3) = 0$$

이고, $a = -3$ 또는 $a = 0$ 이다. $a \geq 0$ 이므로, $a = 0$ 이다.

따라서,

$$f(x) = -2x^3 - 3x^2$$

이고,

$$f(1) = -2 - 3 = -5$$

이다.

단계	채점 기준	배점
(1)	도함수를 이용하여 함수의 증감을 구하고 $f(x)$ 가 극대가 되는 x 값을 구함	5
(2)	극댓값이 0임을 이용하여 a 를 구함	5
(3)	a 의 값을 이용하여 $f(1)$ 를 구함	5

문제 3 (15점)

다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 2x^2 - 4x - \int_0^x f'(t)dt$$

을 만족할 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

문항 해설

정적분의 정의와 성질을 이용하여 함수를 구하고, 정적분을 활용하여 넓이를 구한다.

예시 답안

주어진 식에 $x = 0$ 을 대입하면, $\int_0^0 f'(t)dt = 0$ 이므로 $f(0) = 0$ 이다.

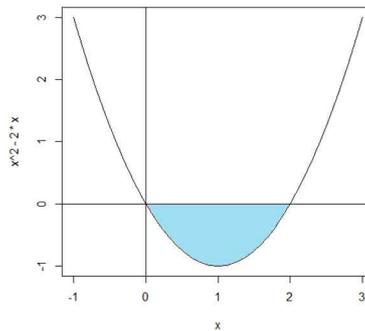
$$\int_0^x f'(t)dt = f(x) - f(0) \text{ 이므로}$$

$$f(x) = 2x^2 - 4x - \int_0^x f'(t)dt = 2x^2 - 4x - (f(x) - f(0)) = 2x^2 - 4x - f(x) \text{ 이고,}$$

정리하면 $2f(x) = 2x^2 - 4x$ 즉, $f(x) = x^2 - 2x$ 이다.

$f(x) = x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$ 이다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = 0, x = 2$ 에서 x 축과 만난다.



구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x) \leq 0$ 이므로, 구하는 넓이는 다음과 같다.

$$\int_0^2 |x^2 - 2x|dx = \int_0^2 -(x^2 - 2x)dx = -\left[\frac{x^3}{3} - x^2\right]_0^2 = -\left(\frac{8}{3} - 4\right) = \frac{4}{3}$$

단계	채점 기준	배점
(1)	식에 $x = 0$ 을 대입하여 $f(0)$ 을 구함 (2점) 미분과 적분의 정의를 이용하여 함수 $f(x)$ 를 구함 (5점)	7
(2)	인수분해를 이용하여 $f(x) = 0$ 인 x 값을 구함	3
(3)	정적분을 활용하여 넓이를 구함	5