

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = 3x^2 + 2x - 1, B = -x^2 + x + 3$$

에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2x^2 - x + 2$ ② $2x^2 + x - 2$ ③ $2x^2 + 3x + 2$
- ④ $4x^2 + x + 4$ ⑤ $4x^2 + 3x + 4$

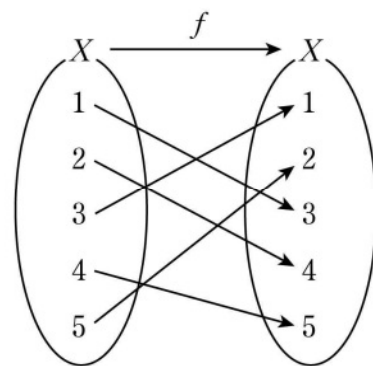
2. $1 + \frac{2}{1-i}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① i ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ $2+i$ ⑤ $2+2i$

3. ${}_4C_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + 12$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 $2a-8$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

6. 원 $(x+5)^2 + (y+11)^2 = 25$ 를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동한 원이 점 $(0, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x+1 < 3 \\ x^2-2x-15 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 함수 $y = \frac{b}{x-a}$ 의 그래프가 점 (2, 4)를 지나고 한 점근선의 방정식이 $x=4$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 삼차방정식 $x^3+x^2-2=0$ 의 한 허근을 $a+bi$ 라 할 때, $|a|+|b|$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

① 4 ② $\frac{7}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

9. 두 직선 $x+3y+2=0$, $2x-3y-14=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x+y+1=0$ 과 평행한 직선의 x 절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) A \cap B = \{2, 8\}$$

$$(나) A^c \cup B = \{1, 2, 8, 16\}$$

집합 A 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 26 ② 31 ③ 36 ④ 41 ⑤ 46

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} (a+7)x-1 & (x < 1) \\ (-a+5)x+2a+1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

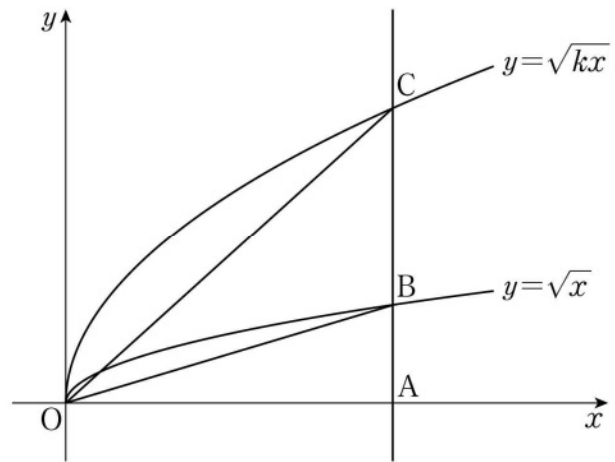
의 역함수가 존재하도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

13. 좌표평면에서 원 $(x-2)^2+(y-3)^2=r^2$ 과 직선 $y=x+5$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, $\overline{AB}=2\sqrt{2}$ 이다. 양수 r 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{11}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{13}$

14. 그림과 같이 $k > 1$ 인 상수 k 에 대하여 점 $A(k, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{kx}$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 OBC의 넓이가 삼각형 OAB의 넓이의 2배일 때, 삼각형 OBC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

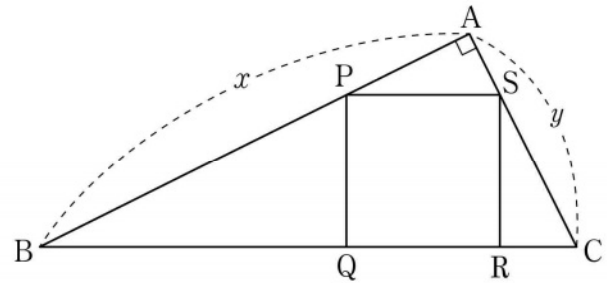
15. 다음 조건을 만족시키는 복소수 z 가 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [4점]

(가) $\bar{z} = -z$

(나) $z^2 + (k^2 - 3k - 4)z + (k^2 + 2k - 8) = 0$

- ① -32 ② -16 ③ -8 ④ -4 ⑤ -2

16. 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{BC} = \sqrt{10}$, $\overline{AB} = x$, $\overline{AC} = y$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB 위에 점 P, 선분 BC 위에 두 점 Q, R, 선분 AC 위에 점 S를 사각형 PQRS가 정사각형이 되도록 잡는다. $\overline{PQ} = \frac{2}{7}\sqrt{10}$ 일 때, $x^3 - y^3$ 의 값은? (단, $x > y$) [4점]



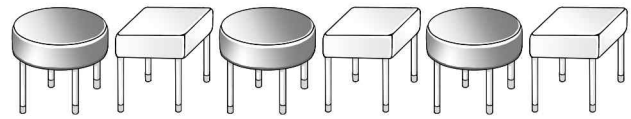
- ① $12\sqrt{2}$ ② $13\sqrt{2}$ ③ $14\sqrt{2}$
 ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $16\sqrt{2}$

17. 두 양수 a, k 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{k}{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, f(a)), Q(a+2, f(a+2))$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, k 의 값은? [4점]

(가) 직선 PQ의 기울기는 -1 이다.
 (나) 두 점 P, Q를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 각각 R, S라 할 때, 사각형 PQRS의 넓이는 $8\sqrt{5}$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

18. 그림과 같이 둥근 의자 3개와 사각 의자 3개가 교대로 나열되어 있다.



1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 2명이 다음 조건을 만족시키도록 이 6개의 의자에 모두 앉는 경우의 수는? [4점]

(가) 2학년 학생은 사각 의자에만 앉는다.
 (나) 같은 학년 학생은 서로 이웃하여 앉지 않는다.

- ① 64 ② 72 ③ 80 ④ 88 ⑤ 96

19. 좌표평면 위의 두 점 $A(0, 6)$, $B(9, 0)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점을 P 라 하자. 원 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$ 과 직선 AB 가 점 P 에서만 만날 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{16}{9}$ ② 2 ③ $\frac{20}{9}$ ④ $\frac{22}{9}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $x + f(f(x)) \leq 5$ 이다.
(나) 함수 f 의 치역은 $\{1, 2, 4\}$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

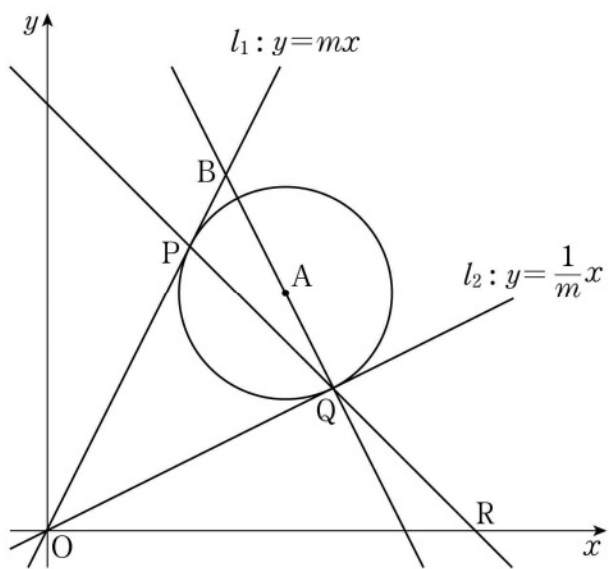
- ㄱ. $f(f(4)) = 1$
ㄴ. $f(3) = 4$
ㄷ. 가능한 함수 f 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 두 직선 $l_1: y=mx(m>1)$ 과 $l_2: y=\frac{1}{m}x$ 에 동시에 접하는 원의 중심을 A라 하자. 직선 l_1 과 원의 접점을 P, 직선 l_2 와 원의 접점을 Q, 직선 PQ가 x 축과 만나는 점을 R이라 할 때, 세 점 P, Q, R이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{PQ}=\overline{QR}$
- (나) 삼각형 OPQ의 넓이는 24이다.

직선 l_1 과 직선 AQ의 교점을 B라 할 때, 선분 BQ의 길이는?
(단, 원의 중심 A는 제1사분면 위에 있고, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3}{2}\sqrt{5}$
- ② $2\sqrt{5}$
- ③ $\frac{5}{2}\sqrt{5}$
- ④ $3\sqrt{5}$
- ⑤ $\frac{7}{2}\sqrt{5}$

단답형

22. 두 집합

$$A = \{3, 8, 12\}, B = \{3, 5, 9\}$$

에 대하여 집합 $A-B$ 의 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

23. 좌표평면 위의 두 점 $A(3, 3)$, $B(7, 11)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 외분하는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 직선 $y = -x + k$ 가 이차함수 $y = x^2 - 2x + 6$ 의 그래프와 만나도록 하는 자연수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위의 점 $A(3, -1)$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 점을 B 라 하자. 직선 AB 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 직선의 y 절편을 구하시오. [3점]

26. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : 2x - a = 0,$$

$$q : x^2 - bx + 9 > 0$$

이 있다. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 모두 참이 되도록 하는 두 양수 a, b 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x_1 \in X, x_2 \in X$ 인 임의의 x_1, x_2 에 대하여 $1 \leq x_1 < x_2 \leq 4$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.
 (나) 함수 f 의 역함수가 존재하지 않는다.

28. 1보다 큰 자연수 k 에 대하여 전체집합

$$U = \{x \mid x \text{는 } k \text{ 이하의 자연수}\}$$

의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } k \text{ 이하의 짝수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 약수}\}$$

가 $n(A) \times n((A \cup B)^C) = 15$ 를 만족시킨다. 집합 $(A \cup B)^C$ 의 모든 원소의 곱을 구하시오. [4점]

29. 다항식 $f(x) = x^4 + (a+2)x^3 + bx^2 + ax + 6$ 과 최고차항의 계수가 1 이고 계수와 상수항이 모두 실수인 두 다항식 $g(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 실근을 갖지 않는다.
 (나) 다항식 $f(x)$ 는 두 다항식 $g(x)$, $h(x)$ 를 인수로 갖고, $h(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는 $-4x-1$ 이다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

30. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{-x+a} - b$ 라 하자.
 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| + b & (x \leq a) \\ -f(-x+2a) + |b| & (x > a) \end{cases}$$

와 두 실수 α, β ($\alpha < \beta$)는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수를 $h(t)$ 라 하면 $h(\alpha) \times h(\beta) = 4$ 이다.
 (나) 방정식 $\{g(x) - \alpha\}\{g(x) - \beta\} = 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 최솟값은 -30 , 최댓값은 15 이다.

$\{g(150)\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.