

목록

1-1. 2024-한양대-상경계열-모의논술-문제..... 1  
1-2. 2024-한양대-상경계열-모의논술-출제의도-평가지침..... 3  
1-3. 2024-한양대-상경계열-모의논술-예시답안..... 7  
2-1. 2024-한양대-인문계열-모의논술-문제..... 9  
2-2. 2024-한양대-인문계열-모의논술-출제의도-평가지침..... 10  
2-3. 2024-한양대-인문계열-모의논술-예시답안..... 12  
3-1. 2024-한양대-자연계열-모의논술-문제..... 13  
3-2. 2024-한양대-자연계열-모의논술-출제의도-평가지침..... 15  
3-3. 2024-한양대-인문계열-모의논술-예시답안..... 17

한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시

상경 계열

모 의 논 술

수험번호 ( ) 성명 ( )

[문제 1번] (600자, 50점)

[문제] (가)에 나타난 ‘테우트’와 ‘타모스 왕’이 (나)의 문제 상황을 맞이했다고 가정할 때, 그들이 각각 이 상황에 대해 어떤 판단을 내릴지를 유추하여 서술한 후, 여기에서 근거를 찾아 자신의 입장에서라면 ㉠과 ㉡ 각각의 상황에 대해 어떤 판단을 내릴지를 서술하시오. (600자, 50점)

(가)

이집트의 나우크라티스라는 도시에 테우트라는 신이 살고 있었다. 이 신은 인간에게 유용한 여러 가지를 발명했다. 그중에서도 테우트가 가장 위대한 발명품으로 내세운 것은 문자였다. 테우트는 으레 하던 대로 당시 이집트의 통치자 타모스 왕에게 가서, 문자가 널리 쓰이게 해 달라고 요청하면서 말했다.

“오, 위대한 왕이여, 이 발명품은 이집트인들이 더 지혜로워지게, 또 더 잘 기억할 수 있게 해 줄 것입니다. 이것은 기억과 지혜의 묘약입니다.”

그러자 타모스 왕이 말했다.

“재주 많은 테우트 신이여, 우리 중의 한쪽은 유용한 발명을 했고 또 한쪽은 그 발명이 인간에게 이익이 될까 손해가 될까를 판단해야 하는 형편에 있습니다. 당신은 문자의 아버지로서 그것을 편애한 나머지 문자 사용이 가져올 결과와는 반대되는 효과를 앞세워 나를 설득하려 하고 있습니다. 당신은 문자가 기억에 도움이 된다고 말하지만, 내가 보기에는 그것을 배우는 사람의 망각을 부추길 뿐입니다. 문자를 배우면, 그것에만 의존하여 기억을 소홀히 하게 되고, 자신의 내적 능력으로 기억을 하려고 하는 것이 아니라 외적인 부호를 통해서만 기억을 하려고 할 것입니다. 그러므로 당신이 발명한 것은 기억의 약이 아니라 회상의 약입니다. 또 당신은 그 발명품이 지혜에 도움이 된다고 말하지만, 그것을 배우는 사람은 지혜의 실재가 아닌 외양을 가지게 될 뿐입니다. 그 발명품 때문에 사람들은 배움이 없이도 여러 가지를 주워들게 되고, 실제로는 아무것도 모르면서 많이 아는 것처럼 보이게 됩니다. 참으로 지혜 있는 사람이 아니라 오직 스스로 지혜 있다고 생각하는 사람이 되어서, 그들은 가장 곤란한 상대가 될 것입니다.”

- 《플라톤의 대화》 편 <파이드로스> 중에서

(나)

AI 기술이 급속도로 발전하면서 최근에는 정보 생성 능력을 갖춘 AI도 등장하였다. 정보 생성형 AI는 의사 시험이나 변호사 시험에도 통과하였고, 언론 기사 작성, 법원의 판결문 작성, 시 창작 등의 능력을 보여주면서 그야말로 ‘지능’을 확실하게 입증하고 있다. 이러한 상황에서 ㉠학생의 지적 성장을 도모하는 교육 기관의 교수·학습 상황에서나 ㉡시장 상황에 대한 정보를 분석하고 종합하여 상품이나 서비스의 공급 시기와 규모를 결정해야 하는 기업에서는 적극적인 활용에서 적극적인 배제에 이르는 스펙트럼의 어떤 지점에 정보 생성형 AI의 위상을 설정할 것인지를 두고 깊은 고민에 빠져 있다. 근원적으로 최소 10% 정도의 거짓 정보가 포함되어 있을 수밖에 없다는 정보 생성형 AI의 한계는 그러한 고민을 더욱 깊게 만들고 있다.

[문제 2번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

1.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2bx + c = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 두 실수  $b, c$ 가 나타내는 점  $(b, c)$ 는 곡선  $C$ 를 이룬다. 꼭짓점이  $(r, r), (-r, r), (-r, -r), (r, -r)$ 인 정사각형을  $\mathbb{K}$ 라 하자. 단,  $r$ 는 1보다 큰 양의 실수이다.

(1) 정사각형  $\mathbb{K}$ 의 넓이를  $k(r)$ , 곡선  $C$ 와 정사각형  $\mathbb{K}$ 의 윗변으로 둘러싸인 도형의 넓이를  $a(r)$ 이라고 할 때,  $\frac{a(r)}{k(r)}$ 을 구하시오.

(2) 극한값  $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{k(r) - a(r)}{k(r)}$ 을 구하시오.

2. 수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항  $a_1$ 은 양의 실수이고, 1보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n$ 은 한 변의 길이가  $a_{n-1}$ 인 정육면체의 부피에 4를 곱하여 얻어진 수이다. 이때 첫째항부터 제5항까지의 곱  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$ 의 값이  $2^{358}$ 일 때,  $a_6$ 의 값을 구하시오.

3. 어떤 농구대회에 1, 2, 3, 4번 네 팀이 참가해 각 팀은 자기 팀을 제외한 다른 팀들과 모두 한 번씩 경기를 치르고 난 후, 순위를 정하기로 하였다. 두 팀 사이의 경기에서 한 팀이 이길 확률과 순위는 다음과 같이 정해진다.

- 모든 경기에서 무승부는 없다.

- 두 팀 사이의 모든 경기에서 한 팀이 이길 확률은 각각  $\frac{1}{2}$ 이고, 경기의 승패가 다른 경기의 승패에 영향을 미치지 않는다.

- 승리가 많을수록 더 높은 순위를 가지며, 승패가 같은 팀이 2팀 이상인 경우, 팀의 번호가 클수록 더 높은 순위를 갖는다.

모든 경기를 치른 후, 1번 팀이 4위가 될 확률을 구하시오.

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

상경 계열

## 출제 의도 및 평가 지침

1번

### 1. 출제 의도 및 문제 해설

이 논제는 고전 중에서도 손꼽히는 《플라톤의 대화》 편에 있는 <파이드로스>에서 테우트 신과 타모스 왕의 대화가 주는 시사점을 취하여 최근에 급속도로 발전하고 있는 정보 생성형 AI에 대해 어떻게 대응할 수 있는지, 어떤 대응이 바람직한지에 대해 주체적으로 자신의 의견을 서술할 수 있는 능력이 있는지를 측정하고자 하였다.

지문 (가)에는 문자의 역할을 쟁점으로 하여 그것이 과연 인간을 더 지혜롭게 만들고 더 잘 기억하게 만드는 데 기여할 것인가, 아니면 오히려 반대로 지혜롭다고 착각하게 만들고 망각을 부추기는가 하는 논쟁을 대화형으로 구성한 텍스트이다. 전자가 일반화된 상식에 근거한 의견이라면 후자는 그와 반대로 문자의 역할에 대한 고정 관념을 전도하는 논리를 바탕으로 삼고 있다. 이 텍스트는 고등학교 국어 교과서(류수열 외, 『고등학교 국어』, 금성출판사, 25면)에 등장하기도 하지만, 플라톤은 윤리와 사상 교과서나 생활과 윤리 등의 교과서에서 매우 익숙한 인물이어서 생경한 인상은 주지 않을 것이다. 지문 (나)는 최근에 뜨거운 이슈로 떠오르고 있는 ChatGPT 등의 정보 생성형 AI의 존재를 소개한 글이다. 『생활과 윤리』 교과서의 ‘과학기술과 윤리’, ‘정보 사회와 윤리’ 단원 및 『사회·문화』 교과서의 ‘정보화로 인한 사회 변화’ 단원과 밀착되어 있다. 그러나 전혀 이질적인 분야의 이질적인 텍스트를 서로 연결해야 한다는 점에서 지문을 각각 이해하는 과업과는 별개로 수준 높은 사고력을 요구하고 있는 문항이다.

### 2. 분석적 평가의 영역, 세부 항목 및 배점

영역	항목과 핵심 내용	배점	
구성과 전개	(가)에서 테우트 신과 타모스 왕이 문자를 바라보는 관점의 차이를 파악하고, 이를 정보 생성형 AI의 활용 국면에 유추적으로 적용하였으며, 학습자 본인의 입장에서 어느 한 관점에 근거하여 (나)의 ㉠과 ㉡ 두 국면에서 그 활용 여부나 방법을 적절하게 균형을 맞추어 서술하였음.	10%	
내용 이해와 분석	테우트 신과 타모스 왕이 문자를 바라보는 관점의 차이 분석	테우트 신은 문자가 인간의 지혜 확충과 정보의 기억에 커다란 기여를 할 것으로 보고, 타모스 왕은 인간들이 문자에 의존하여 기억하려 하지 않으려 하고 문자로 이루어진 글을 읽고서는 그것을 다 아는 것처럼 착각하게 될 것으로 봄.	20%
	테우트 신과 타모스 왕이 문자를 바라보는 관점의 차이를 유추하여 정보 생성형 AI에 의존하면서 오히려 자신이 스스로 정보를 만들어내는 능력이 생성형 AI의 활용에 적용	테우트 신의 관점에서는 정보 생성형 AI가 인간이 다양한 정보를 손쉽게 얻는 데 기여할 것으로 볼 것이고, 타모스 왕은 인간들이 정보 생성형 AI에 의존하면서 오히려 자신이 스스로 정보를 만들어내는 능력이 퇴화할 것으로 볼 것임.	30%
	두 인물의 관점에서 얻은 시사점을 근거로 하여 교육 기관과 기업의 두 국면에서 AI의 활용에 대한 학습자 본인의 주체적인 의견 제시	○테우트 신의 관점을 취한 경우: ㉠과 ㉡의 국면에서 정보 생성형 AI의 적극적인 활용이 필요하다고 주장 ○타모스 왕의 관점을 취한 경우: ㉠과 ㉡의 국면에서 정보 생성형 AI의 적극적인 배제가 필요하다고 주장 ○절충1: ㉠의 국면에서는 적극적인 활용, ㉡의 국면에서는 적극적인 배제의 필요성을 주장 ○절충2: ㉠의 국면에서는 적극적인 배제, ㉡의 국면에서는 적극적인 활용의 필요성을 주장	30%
논리와 표현	서술 내용의 정확성과 정합성, 문장 간, 단락 간의 논리적 긴밀성, 자신의 언어로 전환한 논리적인 표현	10%	

### 3. 종합적 평가의 기준과 내용

종합 점수	<A> 상-중-하	<B> 상-중-하	<C> 상-중-하	<F>
평가 내용	<p>① 테우트 신은 문자가 인간의 지혜 확충과 정보의 기억에 커다란 기여를 할 것으로 보고, 타모스 왕은 인간들이 문자에 의존하여 기억하려 하지 않으려 하고 문자로 이루어진 글을 읽고서는 그것을 다 아는 것처럼 착각하게 될 것으로 본다고 서술하였다.</p> <p>② 테우트 신의 관점에서는 정보 생성형 시가 인간이 다양한 정보를 손쉽게 얻는데 기여할 것으로 볼 것이고, 타모스 왕은 인간들이 정보 생성형 시에 의존하면서 오히려 자신이 스스로 정보를 만들어내는 능력이 퇴화할 것으로 볼 것이라고 서술하였다.</p> <p>③ 테우트 신의 관점을 취하여 ㉠과 ㉡의 국면에서 정보 생성형 시의 적극적인 활용이 필요하다고 주장하거나, 타모스 왕의 관점을 취하여 ㉠과 ㉡의 국면에서 정보 생성형 시의 적극적인 배제가 필요하다고 주장하였다. (절충적인 입장인 경우 두 국면의 차이를 바탕으로 충분한 근거를 제시하였다.)</p>	①~③ 중 두 가지 사항은 충분히 만족하였으나 나머지 한 가지의 서술이 다소 미흡함	①~③ 중 한 가지 사항은 충분히 만족하였으나 나머지에 대해서는 서술 내용이 다소 미흡함	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 논지와 상관 없이 피상적인 서술에 그친 경우</li> <li>○ 300자 미만</li> </ul>

### 4. 형식상의 감점 내용

#### (1) 분량 및 어문 규범

분량	550자 이상 650자 이내	650자 초과	500자 이상 550자 미만	450자 이상 500자 미만	400자 이상 450자 미만	350자 이상 400자 미만	300자 이상 350자 미만	300자 미만
	감점 없음	-2점	-2점	-4점	-6점	-8점	-10점	-15점
원고지 사용법· 어문규정	상 (0-1개 틀림)			중 (2-5개 틀림)			하 (6개 이상 틀림)	
	감점 없음			-1 ~ -2점			-3 ~ -5점	

(2) 내용 조직

- 문장과 문장의 연결이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락의 구분이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락 내의 형식적·내용적 통일성을 갖추지 못한 경우: -2점

**5. 유의 사항**

- 주어진 글에 나타난 구절을 그대로 반복해서 사용하고 나열하는 것은 감점 요인이다.
- 원고지 사용법과 어문 규정을 적용하되, 감점 처리는 두드러지게 틀린 경우에 반영한다.
- ‘서론-본론-결론’의 형식을 갖추었는지의 여부는 평가에 반영하지 않는다.
- 수험생 본인 판단의 근거를 ‘테우트 신’과 ‘타모스 왕’의 견해로부터 찾아서 제시하지 않은 것은 감점 요인이다.

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

상경 계열

## 출제 의도 및 평가 지침

2번

### 1. 출제 의도 및 문제 해설

이 문제는 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되어 있으며, 교과서 수학 1, 수학 2, 확률과 통계의 주요내용을 다루고 있다. 3개의 소문항은 교과서의 내용과 다음과 같이 연계되며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용만으로 구성되어 있다.

문항1. 이차방정식의 근의 공식을 이해하고 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 정적분을 이용하여 구할 수 있는지를 묻는다. 또한 극한에 대한 지식을 적절히 활용해서 원하는 결과를 이끌어낼 수 있는지를 묻는다.

문항2. 수열의 귀납적 정의를 이해하여 수열을 차례대로 계산하고 등비수열의 합과 지수법칙을 이용하여 값을 정확히 계산할 수 있는지를 묻는다.

문항3. 경우의 수, 여사건의 확률, 확률의 덧셈정리, 사건의 독립과 종속 등의 개념을 포괄적으로 이해하고 있는지를 묻는다. 해당 개념을 잘 숙지하여 구체적인 예시에 적용할 수 있는지를 확인한다.

### 2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	30	실수인 중근을 가지게 하는 조건인 함수 $c=f(b)$ 가 나타내는 곡선을 찾고 $\frac{a(r)}{k(r)}$ 의 값을 올바르게 구했는가?	20
		극한값 $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{k(r)-a(r)}{k(r)}$ 을 올바르게 구했는가?	10
2	30	등비수열의 합을 이용하여 지수에 나타나는 합들을 정확히 구했는가?	10
		수열의 귀납적 정의를 이용하여 $a_1 \dots a_5$ 를 올바르게 전개하여 $a_6$ 의 값을 정확히 계산하였는가?	20
3	40	주어진 상황을 이해하고 구하고자 하는 확률을 정확히 표현하였는가?	20
		구하고자 하는 확률을 상호 배반인 사건들로 나누어 정확히 계산하였는가?	20

### 3. 출제 근거

문항1. 교과서 고등학교 수학I (홍성복 외 10명, 지학사)

- I. 지수함수와 로그함수, 1. 지수와 로그, 01.거듭제곱과 거듭제곱근 (p.11 - 16)

교과서 고등학교 수학II (고성은 외 6명, 좋은책 신사고)

- I. 함수의 극한과 연속, 1. 함수의 극한, 1. 함수의 극한 (p.11 - 17)

- III. 다항함수의 적분법, 2. 정적분의 활용, 1. 넓이 (p.133 - 138)

문항2. 교과서 고등학교 수학I (홍성복 외 10명, 지학사)

- I. 지수함수와 로그함수, 1. 지수와 로그, 02.지수의 확장과 지수법칙 (p.17 - 25)

- III. 수열, 1. 등차수열과 등비수열, 03. 등비수열 (p.125 - 131)

- III. 수열, 3. 수학적 귀납법, 01. 수열의 귀납적 정의 (p.149 - 151)

문항3. 교과서 고등학교 확률과 통계 (김원경 외 14명, 비상)

- II. 확률, 1. 확률의 뜻과 활용, 02. 확률의 덧셈정리 (p.44 - 47)

- II. 확률, 2. 조건부확률, 02. 사건의 독립과 종속 (p.57 - 60)

- III. 확률분포, 1. 확률분포, 03 이항분포 (p.83 - 87)

(가)에서 테우트는 자신이 발명한 문자가 사람들을 더 지혜롭게 만들고 더 잘 기억하게 만들 것이라고 자부하였지만, 타모스 왕은 오히려 사람들이 문자에 의존한 나머지 오히려 기억하려 하지 않을 것이기에 망각을 부추기고 문자로 된 글을 읽고서 마치 다 아는 것처럼 스스로를 착각하게 만들 것이라고 하여 문자의 효용을 부정하였다. 이러한 관점의 연장선상에서 보면, 테우트는 정보 생성형 AI를 적극적으로 활용해야 할 필요성을, 반대로 타모스 왕은 정보 생성형 AI를 적극적으로 배제해야 할 필요성을 역설할 것으로 예상된다.

그렇다면 교육 기관과 기업에서는 각각 이에 어떻게 대응하는 것이 바람직할까? 학생들의 지적 성장을 도모하는 교육 기관의 교수-학습 상황에서는 타모스 왕의 관점이 더 바람직해 보인다. 그들이 정보 생성형 AI에 의존하면 스스로 읽고 쓰는 기회를 차단당함으로써 성장할 수 있는 기회를 빼앗길 것이기 때문이다. 더욱이 거짓 정보가 섞여 있다면 그 진위를 가리는 데 불필요한 시간을 소모하게 될 것이다. 그러나 시장의 경제 상황에 대한 정보는 매우 광범위해서 인간이 스스로 정보를 수집하고 분석하는 것보다 정보 생성형 AI에 의존하면 훨씬 더 효율적일 것이다. 따라서 기업에서는 테우트가 문자를 바라보는 관점의 연장선상에서 정보 생성형 AI의 적극적인 활용이 생산성 향상에 기여할 것으로 보인다.

[참고] 상기 두 번째 단락에서는 교육 기관에서의 활용은 반대, 기업에서의 활용은 찬성 의견을 제시하였지만, 다음 두 가지 경우를 조합하면 전체 4개의 조합이 나올 수 있다.

▶교육 기관에서 활용하는 데 대한 찬성 의견 : 정보 생성형 AI를 활용하면 단순한 정보를 전달하는 데 투입되는 시간을 아낄 수 있다. 대신 그런 시간을 학생들의 비판적 사고나 창의성을 함양하는 데 투자하면 훨씬 더 교육다운 교육이 이루어질 것이다. 심지어 거짓 정보를 가려내는 것 자체도 매우 중요한 지적 성장의 기회로 활용할 수 있다.

▶기업에서 활용하는 데 대한 반대 의견 : 기업체의 인력 또한 스스로의 지적 노력을 통해 전문성을 갖추어 나가야 경쟁력을 갖춘 인재가 될 것이지만, 정보 생성형 AI에 의존하면 타모스 왕의 우려에서처럼 실제로는 전문성을 갖추지 못한 상태에서 자신이 전문성을 갖추었다는 착각에 빠질 우려가 크다.

1. (1) 이차방정식의 근은  $x = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$  이므로 실수인 중근을 가지는 조건은  $b^2 - c = 0$  이다.

이때, 곡선  $C$ 와 정사각형  $K$ 의 윗변으로 둘러싸인 도형의 넓이  $a(r)$ 는

$$2r\sqrt{r} - \int_{-\sqrt{r}}^{\sqrt{r}} b^2 db = 2r\sqrt{r} - \frac{1}{3}b^3 \Big|_{-\sqrt{r}}^{\sqrt{r}} = 2r\sqrt{r} - \frac{2}{3}r\sqrt{r} = \frac{4}{3}r\sqrt{r} \text{ 이다. 따라서 구하고자 하는 } \frac{a(r)}{k(r)} \text{ 는}$$

$$\left(\frac{4}{3}r\sqrt{r}\right)/(4r^2) = \frac{1}{3\sqrt{r}} \text{ 이다.}$$

(2) 극한값  $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{k(r) - a(r)}{k(r)}$  은  $\lim_{r \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{a(r)}{k(r)}\right) = \lim_{r \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3\sqrt{r}}\right) = 1$  이 된다.

2. 주어진 조건에 의해  $a_n = 4a_{n-1}^3$  임을 알 수 있다.  $x = a_1$  이라고 두자.

그러면  $a_2 = 4x^3$ ,  $a_3 = 4(4x^3)^3 = 4^{1+3}x^9$ ,  $a_4 = 4(4^{1+3}x^9)^3 = 4^{1+3+9}x^{27}$ ,  $a_5 = 4(4^{1+3+9}x^{27})^3 = 4^{1+3+9+27}x^{81}$  이다.

등비수열의 합에 의해  $1 + 3 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$  임을 알 수 있다.

그러므로  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = 4^{1+(1+3)+(1+3+9)+(1+3+9+27)} x^{1+3+9+27+81} = 4^{1+4+13+40} x^{121} = 4^{58} x^{121} = 2^{116} x^{121}$  이다.

주어진 조건에 의해  $x^{121} = 2^{358-116} = 2^{242}$  이고,  $x = 4$  이다.

그러므로  $a_6 = 4(4^{1+3+9+27} x^{81})^3 = 4^{1+3+9+27+81} x^{243} = 4^{364} = 2^{728}$  이다.

3. 우선 4개 팀이 참여하므로 이 대회에서 치러야 할 총 경기 수는  ${}_4C_2 = 6$  경기이다. 따라서 1, 2, 3, 4번 팀이 거둘 수 있는 총 승수의 합은 6이다. 1번 팀은 번호가 작아 1번 팀보다 적은 승수를 기록한 팀만 없으면 이 팀은 4위를 차지하게 된다. 따라서 (i) 1번 팀이 0승을 거둔 경우, (ii) 1번 팀이 1승을 거두고 0승을 거둔 팀이 없는 경우 두 가지만 생각하면 된다. 1번 팀이 2승 이상을 거두게 되면 나머지 3팀이 가질 수 있는 승수의 합이 4 이하이므로 적어도 한 팀은 1승 이하를 기록하게 된다. 따라서 고려 대상에서 제외된다.  $X$ 를 1번 팀이 대회에서 거둔 승수라고 생각하면 이는 확률변수가 되고 이항분포  $B\left(3, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르게 된다.

(i) 1번 팀이 0승으로 4위를 기록할 확률은  $P(X=0) = {}_3C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-0} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = \frac{4}{32}$  이다.

(ii) 1번 팀이 1승을 거두고 0승을 거둔 팀이 없을 확률을 구하기 위해 해당 상황에서 1번 팀에게 패배한 팀이 나머지 두 경기에서 거둔 승수를  $Y$ 라고 하자. 이는 확률변수가 되고 이항분포  $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르게 된다.  $A$ 를 1번 팀이 1승을 거둘 사건,  $B$ 를 1번 팀에게 패배한 팀이 나머지 두 경기에서 1승 이상 거둘 사건이라고 한다면, 두 사건은 독립이므로 1번 팀이 1승을 거두고 0승을 거둔 팀이 없을 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = P(X=1)\{1 - P(Y=0)\} = {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} \times \left\{1 - {}_2C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{2-0}\right\} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{32}.$$

따라서 1번 팀이 4위가 될 확률은  $\frac{4}{32} + \frac{9}{32} = \frac{13}{32}$  이다.

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시

인문 계열

## 모의논술

수험번호 (                      ) 성명 (                      )

[문제] (가), (나)에서 말한 ‘새로운 연대 개념’과 ‘진정한 소통’의 의미를 살려 바람직한 공동체에 대한 의견을 밝히고, (다)를 활용하여 ㉠의 입장에서 ㉡에 대해 서술하시오.(1200자, 100점)

(가) 사람들은 사회 응집을 유지하기 위해 모두가 똑같은 사람이 되기를 요구하기도 한다. 그때 각자의 개성은 은폐되거나 사라지고, 우리는 겨우 목숨을 부지하는 단순한 집합적 생명체가 된다. 그렇게 뭉친 사회적 구성원들은 마치 무기체의 분자들처럼 개성을 유보할 때만 공동의 행동을 취할 수 있다. 이러한 형태의 연대를 ㉠기계적 연대라고 부른다. 이와 반대로 분업의 진전과 함께 나타나는 연대가 있다. 기계적 연대는 개인들이 서로 유사할 것을 전제로 하지만, 분업에 의한 유기적 연대는 개인들이 서로 다르면서도 호혜적으로 공존하는 것을 전제로 한다. 기계적 연대는 개인이 집단에 일방적으로 흡수될 때에만 가능하지만, 유기적 연대는 각 개인이 고유한 행동 영역을 가지고 있을 때만 가능하다. 사회의 영역이 확장되고 그 구조가 고도화될수록 호혜적 공존을 바탕으로 한 연대가 절실해진다. 이러한 새로운 연대를 통해 생산적이고 지속 가능한 사회적 응집이 가능해지기 때문이다.

(나) 기원전 877년에 즉위한 중국 주나라의 여왕(厲王)은 이권에 강한 집착과 탐욕을 보였다. 주위 충고에도 아랑곳하지 않는 성향을 보였다. 백성들은 왕을 비방하기 시작했고, 이에 왕은 사람들을 시켜 자신을 비방하는 백성들을 감시하게 하였다. 심지어 누군가 왕을 비방했다 하여 감시자들이 그를 지목하면 잡아다 죽이기도 했다. 백성의 비방은 당연히 줄어들 수밖에 없었다. 그러자 여왕은 더 강력하게 언론을 통제했는데, 백성들은 이제 감히 말도 꺼내지도 못하고 길에서 만나면 눈짓으로 마음을 나눌 수밖에 없었다. 백성들의 비방을 잠재운 여왕은 기분이 좋아 충직한 신하인 소공에게 자신이 백성의 거친 입을 막았노라고 자랑스럽게 말하였다. 이에 소공은 다음과 같은 말을 간곡하게 건네면서 진정한 소통에 대해 의견을 개진하였다. “전하께서 사용하신 방법은 말을 못 하게 억지로 막은 것에 불과합니다. 백성의 입을 막기란 물을 막는 것보다 훨씬 어렵습니다. 물이 막혔다가 터지면 상상도 할 수 없을 만큼 피해가 큰 것처럼 백성 또한 마찬가지입니다. 따라서 물을 다스리는 자는 물길을 터서 흐르게 하고, 백성을 다스리는 자는 그들을 이끌어 말하도록 해야 합니다.” 이는 ㉠자연의 원리에 빗대 백성들과 소통하는 자세를 강조한 것이다.

(다)

저 가볍게 나는 하루살이에게도

삶의 무게는 있어

마른 쭈플 향기 속으로

툭 튀어오르는 메뚜기에게도

삶의 속도는 있어

코스모스 한 송이가 허리를 휘어칭 하며

온몸으로 그 무게와 속도를 받아낸다.

어느 해 가을인들 온통

들리는 것 천지 아니었으랴

바람에 불려가는 저 잎새 끝에도 온기는 남아 있어

생명의 물기 한 점 흐르고 있어

나는 낡은 담벼락이 되어 그 눈물을 받아내고 있다.

- 나희덕, <흔들리는 것들>

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

인문 계열

## 출제 의도 및 평가 지침

### ■ 출제 의도 및 문제 해설

이번 모의논술 문제는 공동체를 구성하는 '연대'와 '소통'의 의제를 다루었다. 공동체 구성원들이 어떠한 자세를 가지고 연대하고 소통해야 하는지를 성찰하는 방향으로 설계되었다. 지문 (가)의 맥락에서 새로운 연대의 맥락을 이해하고, (나)에서 강조된 진정한 소통 개념을 (다)의 시에 포함된 함축적 의미와 연결하도록 하였다. 모든 제시문을 활용하여 답안을 작성하도록 하였다. 이러한 과정에서 경험에 근거한 합리적 이유를 추론하는 능력, 주어진 맥락에 비추어 함축성 높은 시어의 의미를 해석하는 능력, 자료를 활용하여 자신의 의견을 논증하는 능력을 두루 평가하고자 하였다. 지문 (가)는 에밀 뒤르케ムの 『사회분업론』에 있는 내용을 재구성한 것이고, (나)는 김영수의 『성찰』의 한 대목이며, (다)는 나희덕의 시편이다. 고등학교 '생활과 윤리' 교과서 내용을 참고하였으며, 고등학교 독서 교과서의 '정보화 시대의 독서 생활' 단원과 연계할 수 있도록 하였다. 지문은 교과서에 실린 글과 외부의 글을 균형 있게 실었으며, 교육과정을 정상적으로 공부한 고등학생이라면 별 어려움 없이 글의 핵심 내용을 이해하고 이를 바탕으로 자신의 의견을 개진할 수 있도록 구성되었다.

### 1. 평가의 내용

- 1) (가)와 (나)의 핵심 키워드를 제대로 이해하였는지 여부
- 2) (나)의 맥락에서 (가)의 비판적 논점을 잘 연결하였는지 여부
- 3) 이를 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하여 제시했는지 여부

### 2. 분석적 평가의 영역, 세부 항목 및 배점

영역	항목과 핵심 내용		배점
구성과 전개	(가)와 (나)의 키워드를 충실하게 설명하고 그 맥락에서 (나)의 입장에서 (가)의 비판적 논점을 연결한 후, 이를 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하여 설득력 있게 제시하였다.		20
분석적인 추론, 상징적 의미의 발견 및 창의적인 대응 방안 제시	분석적인 추론	(가)와 (나)의 키워드를 요약적으로 충실하게 제시한다.	20
	상징적 의미의 발견	(나)의 맥락에서 (가)가 비판하는 맥락을 충실하게 연결함으로써, 바람직한 공동체라는 연결고리를 잘 구성한다.	25
	창의적인 대응 방안 제시	이상을 바탕으로 소통과 공존의 원리를 합리적으로 기술한다.	25
문장과 표현	정확한 단어 및 표현 선택, 자연스러운 문장 구성, 문장 및 단락 사이의 유기적 연결을 평가한다.		10

### 3. 종합적 평가의 기준과 내용

종합 점수	<A> 상-중-하	<B> 상-중-하	<C> 상-중-하	<F>
평가 내용	① (가)와 (나)의 키워드를 충실하게 분석, 요약하였다. ② (나)의 입장에서 (가)의 비판적 논점을 잘 연결하여 비판하였다. ③ 이상을 바탕으로 (다)를 효과적으로 활용하였다.	① ~ ③의 내용 중 한 가지의 서술이 다소 미흡한 경우	① ~ ③의 내용 중 두 가지의 서술이 다소 미흡한 경우	- 한 가지만 충족하거나 논제와 상관없이 피상적 나열에 그친 경우 - 700자 미만

### 4. 형식상의 감점 내용

#### (1) 분량 및 어문 규범

길이	1,150자 이상 1,250자 이내	1,250자 초과	1,000자 이상 1,150자 미만	950자 이상 1,000자 미만	900자 이상 950자 미만	850자 이상 900자 미만	800자 이상 850자 미만	750자 이상 800자 미만
	감점 없음	-1점	-1점	-2점	-4점	-6점	-8점	-10점
원고지 사용법 어문규정	상(0-2개 틀림)			중(3-5개 틀림)			하(6개 이상 틀림)	
	감점 없음			-1 ~ -2점			-3 ~ -5점	

#### (2) 내용 조직

- 문장과 문장의 연결이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락의 구분이 적절하지 못한 경우: -2점
- 단락 내의 형식적·내용적 통일성을 갖추지 못한 경우: -2점

### 5. 유의 사항

- 주어진 글에 나타난 구절을 그대로 반복해서 사용하고 나열하는 것은 감점 요인이다.
- 원고지 사용법과 어문 규정을 적용하되, 감점 처리는 두드러지게 틀린 경우에 반영한다.
- '서론-본론-결론'의 형식을 갖추었는지의 여부는 평가에 반영하지 않는다.
- 대응 방안에 대한 평가에서는 창의성과 논리성을 중점적으로 판단한다.

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술예시답안

## 인문 계열

제시문 (가)에서 강조하는 '새로운 연대'란 사회 구성원 모두가 각자의 개성을 고유하게 유지한 채 공감과 소통의 공존 가능성을 가지는 경우를 말하고 있다. 가령 분업에 기초한 호혜적 공존 가능성이 그러한 공동체의 모습을 확연하게 보여주는데, 이는 사회의 영역이 확장되어가고 구조가 고도화되는 흐름에 대한 자연스러운 연대의 원리라고 할 수 있다. 그것을 일러 제시문은 '유기적 연대'라고 지칭하고 있다.

또한 제시문 (나)는 흐르는 물을 막았다가 그것이 터지면 크나큰 피해를 입듯이 사회 구성원과 소통을 하지 않고 제 고집대로 권력을 휘두르면 낭패를 볼 수 있음을 매섭게 경고하고 있다. 주나라 여왕의 사례를 통해 우리가 흔히 접하는 자연의 원리에 공동체 구성원이 가질 법한 소통의 원리를 비유하여 보여준 것이다. 나아가 제시문은 자유롭고 수평적인 의견 교환과 소통이 얼마나 중요한지를 동시에 강조하고 있다. 강한 권력 때문에 입을 다물었던 백성들은 마치 터져 나오기 직전의 물과 같은 존재였을 것이다. 바람직한 공동체는 그러한 억압과 침묵의 분위기를 넘어 구성원들끼리 연대와 소통을 긴밀하고 지속 가능하게 이루어내는 사회적 시스템에서 이루어진다고 할 수 있다.

그리고 제시문 (다)에 제시된 시 작품은 이러한 공동체를 구축해가기 위해 어떤 태도가 필요한지를 함축적 언어로 들려주고 있다. 하루살이나 메뚜기에게도 각자 그 나름대로 삶의 무게와 속도가 있고 그것을 코스모스 한 송이가 온몸으로 받아내는 장면을 통해 시인은 모든 구성원들이 서로 영향을 주고받는 유기적 공동체를 역설하고 있다. 그렇듯 시인도 낡은 담벼락이 되어 모든 생명의 눈물을 받아내고 있는데, 공동체가 진정한 연대와 소통을 갖추기 위해서라면 이러한 눈물의 마음이 밑바탕을 이루어야 할 것임을 이 작품은 상징적으로 보여준다. 이러한 모습이야말로 앞에서 읽은 '새로운 연대'와 '진정한 소통'을 위한 가장 근원적인 태도를 함축하고 있다 할 것이다. 그리고 궁극적으로 그러한 자연의 원리에 의해 '기계적 연대'는 극복되고 '유기적 연대'가 강화되어갈 것임을 암시하고 있다.

[문제 1] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 집합  $A = \{k \mid k \text{는 } 4n+2 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서  $n+1$ 개 이상의 짝수를 포함하고  $n$ 개 이하의 홀수를 포함하는 부분집합의 개수는? 단,  $n$ 은 자연수이다.

2. 미분가능한 함수  $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(i) 임의의 실수  $a, b$ 에 대하여  $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 이다.

(ii)  $f(3) = 6$ 이다.

정적분  $\int_0^2 \{f(x)\}^9 \{f(2-x)\}^{10} f'(x) dx$ 의 값을  $k$ 라 할 때,  ${}_{20}C_{10} \times k$ 의 값을 구하시오.

3. 좌표평면에서 선분  $AB$ 를 아랫변으로 하는 사다리꼴  $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

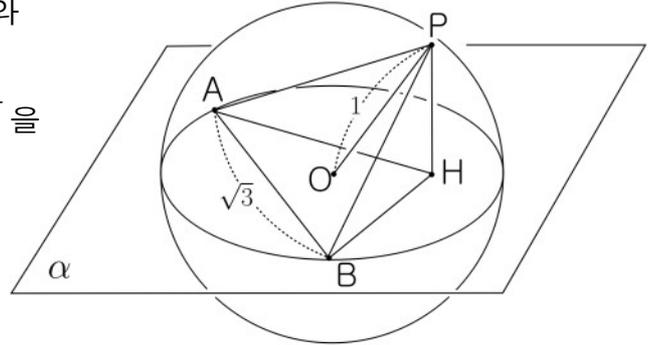
(i)  $\overline{CD} = 1, \overline{DA} = 5$

(ii)  $\cos \angle DAB = \frac{3}{5}, \cos \angle BCD = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

점  $P$ 가  $(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{DP}) = \frac{67}{8}$ 을 만족시킬 때,  $|\overrightarrow{AP}|$ 의 최댓값을 구하시오.

[문제 2번] 다음 물음에 답하십시오. (50점)

1. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 구와 구의 중심  $O$ 를 지나는 평면  $\alpha$ 가 있다. 구와 평면이 만나서 생기는 원 위에  $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 을 만족시키는 두 점  $A, B$ 가 있다. 구면 위의 한 점  $P$ 에 대하여, 삼각형  $ABP$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 삼각형  $ABH$ 라 하자. 사면체  $ABHP$ 의 부피가 최대일 때, 삼각형  $ABH$ 의 넓이를 구하십시오.



2. 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서 두 함수  $f(x) = \frac{1}{m}x^m$ 과  $g(x) = 1 - \sqrt{1-x^2}$ 이 주어져 있다. 곡선  $y=f(x)$ 와 곡선  $y=g(x)$ 가 오직 한 개의 점에서만 만나기 위한 양의 실수  $m$ 의 범위를 구하십시오.

3. 각 면에 1, 2, 3, 4 네 개의 수가 각각 하나씩 적혀있는 정사면체 주사위 A와 각 면에 1, 2, 3, 4, 5, 6 여섯 개의 수가 각각 하나씩 적혀있는 정육면체 주사위 B를 한 번씩 던질 때마다, 다음과 같은 규칙으로 수직선 위의 점  $P$ 를 이동시킨다.

- (i) 주사위 A를 던져 바닥에 닿는 면에 적혀있는 수를 3으로 나눈 나머지가 1이면 양의 방향으로 1만큼 이동하고, 3으로 나눈 나머지가 2이면 음의 방향으로 2만큼 이동하고, 적혀있는 수가 3의 배수이면 양의 방향으로 3만큼 이동한다.
- (ii) 주사위 B를 던져 바닥에 닿는 면에 적혀있는 수가 3의 배수이면 양의 방향으로 1만큼 이동하고, 3의 배수가 아니면 음의 방향으로 2만큼 이동한다.

주사위 A와 주사위 B를 함께 던지는 시행을 세 번 반복한 후, 수직선의 원점에서 출발한 점  $P$ 가 규칙대로 이동하여 도착한 점이 나타내는 수의 기댓값을 구하십시오.

한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

자연 계열

출제 의도 및 평가 지침

1번

1. 출제 의도 및 문제 해설

1번은 문제에 제시된 경우의 수를 조합을 이용해 표현할 수 있는지, 이항정리를 실제 계산에 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 2번은 주어진 함수의 성질을 이용하여 치환적분을 잘 찾아낼 수 있는지, 그리고 부분적분을 적절히 이용하여 정적분을 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 3번은 삼각함수, 벡터의 내적의 의미를 이해하고 활용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	20	부분집합들의 개수를 조합수를 이용하여 표현하였는가?	10
		유도한 식으로부터 부분집합들의 개수를 정확히 계산하였는가?	10
2	40	함수의 성질을 활용하여 치환적분을 올바르게 유도하였는가?	20
		부분적분을 활용하여 정적분을 잘 계산하였는가?	20
3	40	사다리꼴에 대한 정보를 적절히 얻었는가?	10
		점 P에 대한 식을 잘 정리하였는가?	20
		$ \overrightarrow{AP} $ 의 최댓값을 정확히 계산하였는가?	10

3. 출제 근거

- (1) 이항정리의 활용, p 36, 배종숙 외, 고등학교 확률과 통계, (주) 금성출판사, 2018
- (2) 치환적분법, 부분적분법, p 147~159, 이준열 외, 고등학교 미적분, (주) 천재교육, 2018
- (3) 평면벡터의 내적, p 83~87, 고성은 외, 고등학교 기하, 좋은책 신사고, 2018

# 한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시 모의논술고사

자연 계열

## 출제 의도 및 평가 지침

2번

### 1. 출제 의도 및 문제 해설

자연 계열 문제2번은 고등학교에서 고교과정의 수학을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제들로 구성되었으며, 모든 교과서에서 공통으로 다루는 내용을 바탕으로 출제되었다. 아래 3개의 소문항으로 구성되어 있다.

문항 1은 공간도형에 대한 기본적인 지식을 바탕으로, 미분법의 도구를 적절히 활용해서 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻고 있다.

문항 2는 두 곡선의 교점을 미분법, 사잇값의 정리 등을 이용하여 구할 수 있는가를 묻고 있다.

문항 3은 독립 사건의 확률을 계산하여 확률변수의 기댓값을 구할 수 있는가를 묻고 있다.

### 2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	30	사면체 ABPH의 부피를 적절한 식으로 표현했는가?	20
		사면체 ABPH의 부피가 최대일 때, 삼각형 ABH의 넓이를 구했는가?	10
2	40	$0 < m < 1$ 일 때 두 곡선이 한 점에서 만남을 보였는가?	10
		$1 \leq m < 2$ 일 때 두 곡선이 두 점 이상에서 만남을 보였는가?	15
		$m \geq 2$ 일 때 두 곡선이 한 점에서 만남을 보였는가?	15
2	30	경우의 수와 확률을 구했는가?	20
		확률변수의 성질을 이용하여 기댓값을 구했는가?	10

### 3. 출제 근거

교과서 기하 (지학사 홍성복 외 10인) - 공간도형과 공간좌표 - 공간도형 - 정사영

교과서 미적분 (천재교과서 류희찬 외 9인) - 여러 가지 미분법 - 합성함수의 미분법

교과서 미적분 (미래엔 황선욱 외 8인) - 미분법 - 여러 가지 미분법 - 합성함수의 미분법

교과서 수학II (천재교육 이준열 외 9인) - 함수의 극한과 연속 - 함수의 연속 - 연속함수의 성질

교과서 확률과 통계 (금성출판사 배종숙 외 6인) - 확률 - 조건부확률 - 사건의 독립과 종속

교과서 확률과 통계 (금성출판사 배종숙 외 6인) - 통계 - 확률분포 - 이산확률변수의 기댓값과 표준편차

교과서 확률과 통계 (금성출판사 배종숙 외 6인) - 통계 - 확률분포 - 이산확률변수  $aX + b$ 의 평균, 분산, 표준편차

1.  $2n+1$ 개의 홀수 중에서  $n$ 개 이하의 홀수를 선택하는 경우의 수는

$${}_{2n+1}C_0 + {}_{2n+1}C_1 + \cdots + {}_{2n+1}C_n = \frac{1}{2} ({}_{2n+1}C_0 + {}_{2n+1}C_1 + \cdots + {}_{2n+1}C_n + \cdots + {}_{2n+1}C_{2n+1}) = \frac{1}{2} 2^{2n+1} = 2^{2n}.$$

$2n+1$ 개의 짝수 중에서  $t$ 개의 짝수를 선택하는 경우의 수는  ${}_{2n+1}C_t$  이다.

따라서 문제에 제시된 조건을 만족하는  $A$ 의 부분집합들의 개수는

$$\begin{aligned} & {}_{2n+1}C_{n+1} \times 2^{2n} + {}_{2n+1}C_{n+2} \times 2^{2n} + \cdots + {}_{2n+1}C_{2n+1} \times 2^{2n} \\ &= \frac{1}{2} ({}_{2n+1}C_0 + {}_{2n+1}C_1 + \cdots + {}_{2n+1}C_n + \cdots + {}_{2n+1}C_{2n+1}) \times 2^{2n} = \frac{1}{2} 2^{2n+1} \times 2^{2n} = 2^{4n}. \end{aligned}$$

2. 임의의 실수  $a, b$ 에 대하여  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  이므로,

$$f(0) = f(0+0) = f(0) + f(0) \text{ 이고, } 6 = f(3) = f(2+1) = f(2) + f(1) = f(1+1) + f(1) = f(1) + f(1) + f(1).$$

따라서  $f(0) = 0, f(1) = 2, f(2) = 4$ . 또한,  $f(2-x) = f(2) - f(x)$  이므로

$f(x) = t$  로 치환해서 적분하면

$${}_{20}C_{10} \int_0^2 f(x)^9 f(2-x)^{10} f'(x) dx = {}_{20}C_{10} \int_0^4 t^9 (4-t)^{10} dt \text{ 이고,}$$

$I = \int_0^4 t^9 (4-t)^{10} dt$  에 부분적분을 적용하면

$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 t^9 (4-t)^{10} dt = \left[ \frac{1}{10} t^{10} (4-t)^{10} \right]_0^4 + \int_0^4 t^{10} (4-t)^9 dt \\ &= \int_0^4 t^{10} (4-t)^9 dt = \left[ \frac{1}{11} t^{11} (4-t)^9 \right]_0^4 + \frac{9}{11} \int_0^4 t^{11} (4-t)^8 dt \\ &= \frac{9}{11} \int_0^4 t^{11} (4-t)^8 dt = \frac{9}{11} \frac{8}{12} \int_0^4 t^{12} (4-t)^7 dt \\ &= \cdots = \frac{9}{11} \frac{8}{12} \frac{7}{13} \cdots \frac{1}{19} \int_0^4 t^{19} (4-t)^0 dt \\ &= \frac{9}{11} \frac{8}{12} \frac{7}{13} \cdots \frac{1}{19} \frac{4^{20}}{20} \end{aligned}$$

따라서

$${}_{20}C_{10} I = {}_{20}C_{10} \frac{9}{11} \frac{8}{12} \cdots \frac{1}{19} \frac{4^{20}}{20} = \frac{2^{40}}{10} = \frac{2^{39}}{5}.$$

3. 점  $D$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하고, 점  $C$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $H'$ 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{DA} \cos \angle DAB = 5 \times \frac{3}{5} = 3, \quad \overline{DH} = \overline{DA} \sin \angle DAB = 5 \times \frac{4}{5} = 4$$

$$4 = \overline{DH} = \overline{CH'} = \overline{BC} \sin(\pi - \angle BCD) = \overline{BC} \sin \angle BCD = \overline{BC} \times \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \text{즉, } \overline{BC} = 2\sqrt{5}$$

따라서

$$\overline{H'B} = \overline{BC} \cos(\pi - \angle BCD) = -2\sqrt{5} \cos \angle BCD = 2\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = 2 \text{ 이고,}$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{CD} + \overline{H'B} = 3 + 1 + 2 = 6.$$

점  $A$ 가 원점, 선분  $AB$ 가  $x$ 축에 놓여있다고 하면, 점  $A$ 의 좌표는  $(0,0)$ , 점  $B$ 의 좌표는  $(6,0)$ , 점  $C$ 의 좌표는  $(4,4)$ ,

점  $D$ 의 좌표는  $(3,4)$ 이다. 점  $P$ 의 좌표를  $(x,y)$ 라 하면,  $(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (\overrightarrow{2BP} + \overrightarrow{DP}) = \frac{67}{8}$ 로부터

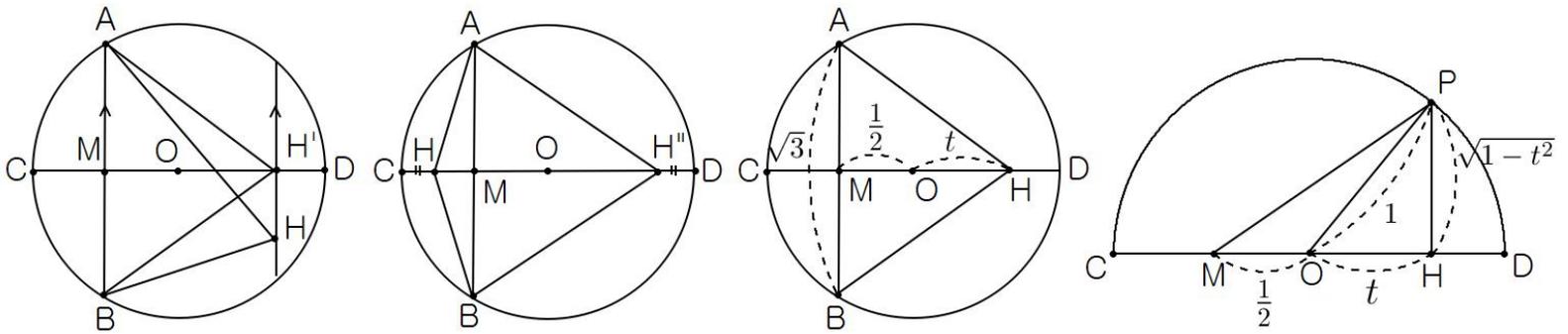
$$\begin{aligned}
 ((x, y) + (x-4, y-4)) \cdot (2(x-6, y) + (x-3, y-4)) &= (2x-4, 2y-4) \cdot (3x-15, 3y-4) \\
 &= (2x-4)(3x-15) + (2y-4)(3y-4) = \frac{67}{8}
 \end{aligned}$$

즉,  $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{3}\right)^2 = \frac{541}{144}$  이다. 따라서 점 P는 중심이 점  $Q\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{3}\right)$ 이고 반지름이  $\frac{\sqrt{541}}{12}$ 인 원 위에 있다.

$$|\overrightarrow{AP}| \text{의 최댓값은 } \overline{AQ} + \frac{\sqrt{541}}{12} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} + \frac{\sqrt{541}}{12} = \frac{\sqrt{541}}{6} + \frac{\sqrt{541}}{12} = \frac{\sqrt{541}}{4}$$

1. 점 H는 점 P의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이므로 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발이다. 따라서 사면체의 부피는  $\frac{1}{3} \times (\text{삼각형 ABH의 넓이}) \times \overline{PH}$ 이다. 현 AB와 수직인 원의 지름을 CD라 하자. 단, 현 AB와 지름 CD의 교점 M은 선분 CO 위에 있다고 하자.

먼저 사면체 ABPH의 부피가 최대이면 수선의 발 H는 적어도 지름 CD 위에 있어야 한다. 만약 수선의 발 H가 지름 CD 위에 있지 않으면, 점 H를 지나고 현 AB와 평행한 직선과 지름 CD의 교점 H'이라 하고, H'을 수선의 발로 하는 구면 위의 점을 P'이라 할 때, 사면체 ABP'H'의 부피는 사면체 ABPH의 부피보다 크게 되어 모순이다 (아래 첫 번째 그림 참조). 더욱이 수선의 발 H는 선분 OD 위에 있어야 한다. 만약 수선의 발 H가 선분 CO 위에 있다면,  $\overline{DH''} = \overline{CH}$ 를 만족시키는 선분 OD 위의 점을 H''이라 하고, 점 H''를 수선의 발로 하는 구면 위의 점을 P''이라 할 때, 사면체 ABP''H''의 부피는 사면체 ABPH의 부피보다 크게 되어 모순이다 (아래 두 번째 그림 참조).



이제 수선의 발 H는 선분 OD 위에 있으므로,  $\overline{OH} = t$  (단,  $0 < t < 1$ )라 하고, 사면체의 부피를  $f(t)$ 라 하면

$f(t) = \frac{1}{3} \times (\text{삼각형 ABH의 넓이}) \times \overline{PH}$ 이므로, 위 세 번째, 네 번째 그림에서,

$$f(t) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{2} + t\right) \times \sqrt{1-t^2} = \frac{\sqrt{3}}{12} (2t+1) \sqrt{1-t^2} \text{ 이고}$$

$$f'(t) = -\frac{\sqrt{3}(4t^2+t-2)}{12\sqrt{1-t^2}} = 0 \text{ 일 때, } t = \frac{-1+\sqrt{33}}{8} \text{ 이다.}$$

t	0	...	$\frac{-1+\sqrt{33}}{8}$	...	1
f'(t)		+	0	-	
f(t)		↗		↘	

오른쪽 변화표에서 사면체 ABPH의 부피  $f(t)$ 는  $t = \frac{-1+\sqrt{33}}{8}$  일 때 최대임을 알 수 있다.

이때 삼각형 ABH의 넓이는  $\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{-1+\sqrt{33}}{8}\right) = \frac{3}{16} (\sqrt{3} + \sqrt{11})$ 이다.

2. 양의 실수 m의 값과 상관없이 항상  $f(0) = 0 = g(0)$ 이므로, 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 가  $0 < x \leq 1$ 의 범위에서 만나지 않도록 하는 m의 범위를 구하면 된다. 다음과 같이 네 가지 경우로 나누어 조사해보자.

$0 < m < 1$ : 이 경우  $0 < x \leq 1$ 일 때,  $g(x) = 1 - \sqrt{1-x^2} \leq x < \frac{1}{m}x^m = f(x)$ 이므로 두 곡선은 만나지 않는다.

$m = 1$ : 이 경우  $f(1) = 1 = g(1)$ 이므로 두 곡선은 점  $(1, 1)$ 에서 만난다.

$1 < m < 2$ : 이 경우  $0 < x \leq 1$ 일 때,  $1 - \frac{1}{m}x^m \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{1}{m}x^m \Leftrightarrow 1-x^2 = \left(1 - \frac{1}{m}x^m\right)^2 \\ &\Leftrightarrow -x^2 = -\frac{2}{m}x^m + \frac{1}{m^2}x^{2m} \Leftrightarrow x^{2m-1} - 2mx^{m-1} + m^2x = 0 \end{aligned}$$

이다. 함수  $h(x) = x^{2m-1} - 2mx^{m-1} + m^2x$ 는  $h(0) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} h'(x) = -\infty$ 를 만족하므로  $h(a) < 0$ 인  $a \in (0, 1)$ 가

존재한다. 함수  $h(x)$ 는 닫힌구간  $[a, 1]$ 에서 연속이고  $h(a) < 0 < (m-1)^2 = h(1)$ 이므로

사잇값 정리에 의해  $h(c) = 0$ 인  $c$ 가 열린구간  $(a, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

따라서 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 는  $0 < x \leq 1$ 의 범위에서 만난다.

$m \geq 2$ : 이 경우  $0 < x \leq 1$ 일 때,  $1 - \frac{1}{m}x^m \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{1}{m}x^m \Leftrightarrow 1-x^2 = \left(1 - \frac{1}{m}x^m\right)^2 \\ &\Leftrightarrow -x^2 = -\frac{2}{m}x^m + \frac{1}{m^2}x^{2m} \Leftrightarrow \frac{2}{m}x^{m-2} = 1 + \frac{1}{m^2}x^{2m-2} \end{aligned}$$

이다. 마지막 식의 좌변은 1보다 작거나 같고 우변은 1보다 크기 때문에 등식이 성립할 수 없으므로,  $0 < x < 1$ 에서 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 는 만나지 않는다.

따라서, 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 가 한 점에서 만나도록 하는 양의 실수  $m$ 의 범위는  $0 < m < 1$ ,  $m \geq 2$ 이다.

3. 정사면체 주사위 A와 정육면체 주사위 B를 함께 한 번 던지는 시행을 했을 때, 다음과 같은 경우의 수를 갖는다.

주사위 A	1, 4		2		3	
주사위 B	3, 6	1, 2, 4, 5	3, 6	1, 2, 4, 5	3, 6	1, 2, 4, 5
점 P의 위치변화	$+1+1 = +2$	$+1-2 = -1$	$-2+1 = -1$	$-2-2 = -4$	$+3+1 = +4$	$+3-2 = +1$

주사위 A와 주사위 B의 눈이 나오는 사건은 독립사건이므로 각 확률의 곱을 통해 확률을 구할 수 있다. 주사위 A와 주사위 B를 함께 한 번 던지는 시행을 했을 때 점 P의 위치변화를 확률변수  $X$ 라고 하면, 확률분포는 다음과 같다.

$X$	-4	-1	+1	+2	+4
$P(X=x)$	$\frac{1}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{4} \times \frac{4}{6} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{12}$	$\frac{1}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{12}$

기댓값  $E(X)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(X) = (-4) \times \frac{1}{6} + (-1) \times \frac{5}{12} + 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{12} = -\frac{1}{4}$$

정사면체 주사위 A와 정육면체 주사위 B를 함께 던지는 시행을 세 번 반복했을 때,

원점에서 시작한 점 P의 위치의 기댓값은  $E(3X)$ 이므로  $E(3X) = 3E(X) = -\frac{3}{4}$ 이다.